

ACEF/1920/1400906 — Guião para a auto-avaliação corrigido

I. Evolução do ciclo de estudos desde a avaliação anterior

1. Decisão de acreditação na avaliação anterior.

1.1. Referência do anterior processo de avaliação.

NCE/14/00906

1.2. Decisão do Conselho de Administração.

Acreditar

1.3. Data da decisão.

2015-07-03

2. Síntese de medidas de melhoria do ciclo de estudos desde a avaliação anterior, designadamente na sequência de condições fixadas pelo CA e de recomendações da CAE.

2. Síntese de medidas de melhoria do ciclo de estudos desde a avaliação anterior, designadamente na sequência de condições fixadas pelo CA e de recomendações da CAE (Português e em Inglês, PDF, máx. 200kB).

[2._Síntese de medidas de melhoria.pdf](#)

3. Alterações relativas à estrutura curricular e/ou ao plano de estudos(alterações não incluídas no ponto 2).

3.1. A estrutura curricular foi alterada desde a submissão do guião na avaliação anterior?

Não

3.1.1. Em caso afirmativo, apresentar uma explanação e fundamentação das alterações efetuadas.

<sem resposta>

3.1.1. If the answer was yes, present an explanation and justification of those modifications.

<no answer>

3.2. O plano de estudos foi alterado desde a submissão do guião na avaliação anterior?

Não

3.2.1. Em caso afirmativo, apresentar uma explanação e fundamentação das alterações efetuadas.

<sem resposta>

3.2.1. If the answer was yes, present an explanation and justification of those modifications.

<no answer>

4. Alterações relativas a instalações, parcerias e estruturas de apoio aos processos de ensino e aprendizagem (alterações não incluídas no ponto 2)

4.1. Registaram-se alterações significativas quanto a instalações e equipamentos desde o anterior processo de avaliação?

Não

4.1.1. Em caso afirmativo, apresentar uma breve explanação e fundamentação das alterações efetuadas.

<sem resposta>

4.1.1. If the answer was yes, present a brief explanation and justification of those modifications.

<no answer>

4.2. Registaram-se alterações significativas quanto a parcerias nacionais e internacionais no âmbito do ciclo de estudos

desde o anterior processo de avaliação?

Não

4.2.1. Em caso afirmativo, apresentar uma síntese das alterações ocorridas.

<sem resposta>

4.2.1. If the answer was yes, present a synthesis of those changes.

<no answer>

4.3. Registaram-se alterações significativas quanto a estruturas de apoio aos processos de ensino e aprendizagem desde o anterior processo de avaliação?

Não

4.3.1. Em caso afirmativo, apresentar uma síntese das alterações ocorridas.

<sem resposta>

4.3.1. If the answer was yes, present a synthesis of those changes.

<no answer>

4.4. (Quando aplicável) registaram-se alterações significativas quanto a locais de estágio e/ou formação em serviço, protocolos com as respetivas entidades e garantia de acompanhamento efetivo dos estudantes durante o estágio desde o anterior processo de avaliação?

Não

4.4.1. Em caso afirmativo, apresentar uma síntese das alterações ocorridas.

<sem resposta>

4.4.1. If the answer was yes, present a synthesis of those changes.

<no answer>

1. Caracterização do ciclo de estudos.

1.1 Instituição de ensino superior.

Universidade Nova De Lisboa

1.1.a. Outras Instituições de ensino superior.

1.2. Unidade orgânica (faculdade, escola, instituto, etc.):

Faculdade De Ciências E Tecnologia (UNL)

1.2.a. Outra(s) unidade(s) orgânica(s) (faculdade, escola, instituto, etc.) (proposta em associação):

1.3. Ciclo de estudos.

Matemática

1.3. Study programme.

Mathematics

1.4. Grau.

Doutor

1.5. Publicação do plano de estudos em Diário da República (PDF, máx. 500kB).

[1.5._Regulamento n.º502-2020.pdf](#)

1.6. Área científica predominante do ciclo de estudos.

Matemática

1.6. Main scientific area of the study programme.

Mathematics

1.7.1. Classificação CNAEF – primeira área fundamental, de acordo com a Portaria n.º 256/2005, de 16 de Março (CNAEF-3 dígitos):

461

1.7.2. Classificação CNAEF – segunda área fundamental, de acordo com a Portaria n.º 256/2005, de 16 de Março (CNAEF-3 dígitos), se aplicável:

<sem resposta>

1.7.3. Classificação CNAEF – terceira área fundamental, de acordo com a Portaria n.º 256/2005, de 16 de Março (CNAEF-3 dígitos), se aplicável:

<sem resposta>

1.8. Número de créditos ECTS necessário à obtenção do grau.

180

1.9. Duração do ciclo de estudos (art.º 3 DL n.º 74/2006, de 24 de março, com a redação do DL n.º 63/2016 de 13 de setembro):

3 anos

1.9. Duration of the study programme (article 3, DL no. 74/2006, March 24th, as written in the DL no. 63/2016, of September 13th):

3 years

1.10. Número máximo de admissões.

15

1.10.1. Número máximo de admissões pretendido (se diferente do número anterior) e respetiva justificação.

<sem resposta>

1.10.1. Intended maximum enrolment (if different from last year) and respective justification.

<no answer>

1.11. Condições específicas de ingresso.

Pode candidatar-se ao acesso ao Ciclo de Estudos de Doutoramento em Matemática o candidato que satisfaça pelo menos uma das condições expressas nas alíneas seguintes:

A. Possuir o grau de mestre, nacional ou estrangeiro, ou equivalente legal, com uma classificação final mínima de catorze valores.

B. Possuir o grau de licenciado, nacional ou estrangeiro, e ser detentor de um currículo escolar ou científico especialmente relevante, reconhecido pelo Conselho Científico da FCT NOVA como atestando capacidade para a realização deste ciclo de estudos.

C. Ser detentor de um currículo escolar, científico ou profissional, reconhecido pelo Conselho Científico da FCT NOVA como atestando capacidade para a realização deste ciclo de estudos.

1.11. Specific entry requirements.

A candidate satisfying at least one of the conditions below can apply for access this PhD Program in Mathematics:

A. Possesses a master's degree, national or foreign, or legal equivalent. The candidate must have a minimum final grade of 14/20 values in these study cycles.

B. Possesses an undergraduate degree, national or foreign, while holding an academic or scientific curriculum that is recognized by the Scientific Council of the FCT NOVA as attesting the capability to carry out this cycle of studies.

C. Possesses an academic, scientific or professional curriculum recognized by the Scientific Council of the FCT NOVA as attesting the capacity to carry out this cycle of studies.

1.12. Regime de funcionamento.

Diurno

1.12.1. Se outro, especifique:

n.a.

1.12.1. If other, specify:

n.a.

1.13. Local onde o ciclo de estudos será ministrado:

Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa

1.14. Regulamento de creditação de formação académica e de experiência profissional, publicado em Diário da República (PDF, máx. 500kB).

[1.14._11.2 RegCredComp_DR_16junho2016.pdf](#)

1.15. Observações.

Breve descrição da estrutura curricular e do processo de monitorização dos estudantes:

1. O estudante deverá efetuar 3 unidades curriculares, de entre as optativas, durante o primeiro ano do curso.
2. O estudante deverá efetuar, no primeiro ano, a unidade curricular Seminário, na sua área de especialidade.
3. A unidade curricular Seminário poderá ser avaliada apenas pela frequência, podendo também ser solicitado ao estudante que apresente um ou vários seminários sobre o seu trabalho de investigação.
4. Nos termos do Regulamento nº 905/2010 da FCT NOVA, Artigo 11º, o programa poderá vir a ter exames de qualificação para alunos que terminem a parte curricular com média inferior a 15 valores.
5. Cada estudante deverá fazer um seminário de apresentação pública do trabalho de investigação desenvolvido e da proposta de tese entre 12 e 24 meses após a matrícula no ciclo de estudos, na presença da Comissão de Acompanhamento de Tese. (A Comissão de Acompanhamento é nomeada após aprovação na parte curricular, e nos exames de qualificação. Esta consistirá dos orientadores de cada estudante, juntamente com um docente externo à FCT NOVA e outro interno, especialistas na área, devendo acompanhar o aluno até ao momento da submissão da tese.)

1.15. Observations.

Brief description of the curricular structure and of the students' monitoring:

1. During the first year each student must be approved in 3 disciplines, among those offered as optional.
2. During the first year, each student must be approved in the "Seminar" pertaining to his scientific area.
3. The "Seminar" may be graded taking only in account the student's attendance. However, the student may also be asked to present one or several seminars related to his research work.
4. There can be "qualification exams", according to Regulamento nº 905/2010 da FCT/UNL, Artigo 11º, for students that complete the curricular part with an average mark below 15/20.
5. Each student must present his Ph.D. proposal in a public seminar within 12 to 24 months after the enrolment in the Ph.D. program. Besides being public this seminar must be done in the presence of the Ph.D. Thesis Committee. (The Thesis Committee is nominated after a student is approved in both the curricular part of the program and the qualifying exams. It is constituted by the advisors of the student, together with two additional members, one external to FCT/UNL, and specialists in the area of research. This commission should continuously assess the progress of the student up until the thesis submission).

2. Estrutura Curricular. Aprendizagem e ensino centrados no estudante.

2.1. Percursos alternativos, como ramos, variantes, áreas de especialização de mestrado ou especialidades de doutoramento, em que o ciclo de estudos se estrutura (se aplicável)

2.1. Ramos, opções, perfis, maior/menor, ou outras formas de organização em que o ciclo de estudos se estrutura (se aplicável) / Branches, options, profiles, major/minor, or other forms of organisation compatible with the structure of the study programme (if applicable)

Opções/Ramos/... (se aplicável):

Especialidade em Álgebra e Lógica
Especialidade em Análise e Geometria
Especialidade em Investigação Operacional

Options/Branches/... (if applicable):

Specialty in Algebra and Logic
Specialty in Analysis and Geometry
Specialty in Operations Research

2.2. Estrutura curricular (a repetir para cada um dos percursos alternativos)

2.2. Estrutura Curricular - Especialidade Álgebra e Lógica

2.2.1. Ramo, opção, perfil, maior/menor, ou outra (se aplicável).

Especialidade Álgebra e Lógica

2.2.1. Branches, options, profiles, major/minor, or other (if applicable)

Specialty in Algebra and Logic

2.2.2. Áreas científicas e créditos necessários à obtenção do grau / Scientific areas and credits that must be obtained before a degree is awarded

Área Científica / Scientific Area	Sigla / Acronym	ECTS Obrigatórios / Mandatory ECTS	ECTS Mínimos Optativos / Minimum Optional ECTS*	Observações / Observations
-----------------------------------	-----------------	------------------------------------	---	----------------------------

Álgebra e Lógica / Algebra and Logic	AL	150	0
Matemática / Mathematics	M	0	30
(2 Items)		150	30

2.2. Estrutura Curricular - Especialidade em Análise e Geometria

2.2.1. Ramo, opção, perfil, maior/menor, ou outra (se aplicável).

Especialidade em Análise e Geometria

2.2.1. Branches, options, profiles, major/minor, or other (if applicable)

Specialty in Analysis and Geometry

2.2.2. Áreas científicas e créditos necessários à obtenção do grau / Scientific areas and credits that must be obtained before a degree is awarded

Área Científica / Scientific Area	Sigla / Acronym	ECTS Obrigatórios / Mandatory ECTS	ECTS Mínimos Optativos / Minimum Optional ECTS*	Observações / Observations
Análise e Geometria / Analysis and Geometry	AG	150	0	
Matemática / Mathematics	M	0	30	
(2 Items)		150	30	

2.2. Estrutura Curricular - Especialidade em Investigação Operacional

2.2.1. Ramo, opção, perfil, maior/menor, ou outra (se aplicável).

Especialidade em Investigação Operacional

2.2.1. Branches, options, profiles, major/minor, or other (if applicable)

Specialty in Operations Research

2.2.2. Áreas científicas e créditos necessários à obtenção do grau / Scientific areas and credits that must be obtained before a degree is awarded

Área Científica / Scientific Area	Sigla / Acronym	ECTS Obrigatórios / Mandatory ECTS	ECTS Mínimos Optativos / Minimum Optional ECTS*	Observações / Observations
Investigação Operacional / Operations Research	IO	150	0	
Matemática / Mathematics	M	0	30	
(2 Items)		150	30	

2.3. Metodologias de ensino e aprendizagem centradas no estudante.

2.3.1. Formas de garantia de que as metodologias de ensino e aprendizagem são adequadas aos objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências) a desenvolver pelos estudantes, favorecendo o seu papel ativo na criação do processo de aprendizagem.

O objetivo do Programa Doutoral em Matemática é formar investigadores de alto nível nas áreas de Matemática Pura e Aplicada. O diploma é concedido aos estudantes que:

- Mostrem um amplo entendimento do domínio científico escolhido, com um amplo conhecimento dos métodos e técnicas de investigação subjacentes;*
- Sejam capazes de julgar, analisar e sintetizar ideias científicas novas e complexas;*
- Sejam capazes de comunicar com os seus pares, com a comunidade científica em geral, e com a restante sociedade, as ideias e o conhecimento de sua área de especialização;*
- Sejam capazes de promover a sociedade do conhecimento, na indústria ou em ambiente académico;*
- Sejam capazes de desenvolver um projeto de investigação científica relevante e original, de acordo com os mais altos padrões académicos.*

2.3.1. Means of ensuring that the learning and teaching methodologies are coherent with the learning outcomes (knowledge, skills and competences) to be achieved by students, favouring their active role in the creation of the learning process.

The aim of PhD Program in Mathematics is to form high level researchers in the fields of Pure and Applied Mathematics. The diploma should be awarded to students that:

- a) Show a broad understanding of the chosen scientific domain, with an extensive knowledge of the underlying research methods and techniques;*
- b) Are able to judge, analyze and synthesize new and complex scientific ideas;*
- c) Are able to communicate to their peers, to the scientific community in general and to the rest of the society ideas and knowledge from their area of expertise;*
- d) Are able to promote a knowledge-based society in either an industry or an academic environment;*
- e) Are able to produce an original and significant scientific research project in accordance with the highest academic standards.*

2.3.2. Forma de verificação de que a carga média de trabalho necessária aos estudantes corresponde ao estimado em ECTS.

O Programa Doutoral em Matemática tem um total de 180 ECTS, que correspondem a 6 semestres letivos de trabalho a tempo integral. No entanto, a duração do ciclo de estudos pode ser até 4 anos em linha com as regras da FCT NOVA e das instituições financiadoras. O 1.º semestre do programa (30 ECTS) é dedicado à aquisição de competências fundamentais e à preparação do plano de investigação. Os semestres seguintes (que correspondem a 150 ECTS) são dedicados ao desenvolvimento do trabalho de investigação e à elaboração da tese. A estimativa do esforço associado ao plano de estudos, e a correspondente duração, foram estabelecidas tendo por base o modelo normalmente adotado em universidades de referência.

A atribuição do número de créditos às diferentes unidades curriculares foi efetuada adotando os pressupostos estabelecidos para a FCT NOVA, que assume que 1 ECTS corresponde a um esforço global de 28 horas de trabalho do estudante e que num ano letivo os estudantes deverão realizar 60 ECTS.

2.3.2. Means of verifying that the required average student workload corresponds to the estimated in ECTS.

The PhD has a total of 180 ECTS, corresponding to 6 semester s of full-time study, which is the usual duration of a course of study leading to a doctoral degree. However the PhD studies can take up to 4 years, in accordance with the rules of FCT NOVA and of the funding agencies. The 1st semester (30 ECTS) is dedicated to the acquisition of basic skills and the preparation of a research plan. The following semesters (corresponding to 150 ECTS) are dedicated to the development of the research work and the preparation of the thesis. The estimate of the effort associated with the research plan, and the corresponding duration, were established based on the model usually adopted in other well established universities.

The allocation of the number of credit units to the different courses was made by adopting the assumptions established for the FCT NOVA, which assumes that 1 ECTS corresponds to an effort of 28 hours of student work and that in a school year students should undertake 60 ECTS.

2.3.3. Formas de garantia de que a avaliação da aprendizagem dos estudantes é feita em função dos objetivos de aprendizagem.

As UC do programa doutoral são avaliadas no quadro legal em vigor no país, na UNL e na FCT. Na maioria das Unidades Curriculares (UC), a avaliação é por testes, eventualmente complementada com trabalhos práticos, seguindo o estipulado no regulamento de avaliação da FCT NOVA. As metodologias de avaliação de cada UC são especificadas na respetiva ficha, antes do início do semestre, sendo esta verificada pelo responsável da UC e pela Comissão Científica do Curso, que têm também o papel de promover a sua harmonização e adequação aos objetivos da respetiva UC e do curso. As metodologias de avaliação são continuamente aferidas e ajustadas pelos inquéritos aos estudantes. Os relatórios das UC devem responder explicitamente aos resultados desses inquéritos e propor medidas para melhoraria da UC são posteriormente apreciados pelo Coordenador, pelo Presidente do Departamento e pelo Conselho Pedagógico. Tudo integrado no Sistema Interno de Garantia da Qualidade implementado na FCT NOVA.

2.3.3. Means of ensuring that the student assessment methodologies are aligned with the intended learning outcomes.

The curricular units are subjected to the general rules. For most CU, the assessment of learning is based on tests, sometimes complemented by practical work, which follows the general evaluation regulation of FCT NOVA. The evaluation methodologies adopted by each CU are specified in the corresponding unit files and verified by the Responsible of the CU and by the Scientific Committee of the study program, which also have the role of promoting their harmonization and adequacy to the goals of the CU and the study program. The evaluation methodologies are continuously assessed, so informed by student surveys. Professors elaborate CU reports, in which they should explicitly respond to the survey results and propose measures to improve the functioning of the CU, including the assessment methodology, which are then appreciated by the Program Coordinator, the Head of Department, and the Pedagogical Council. The whole procedure is part of the Internal Quality System implemented at FCT NOVA.

2.4. Observações

2.4 Observações.

n.a.

2.4 Observations.

n.a.

3. Pessoal Docente

3.1. Docente(s) responsável(eis) pela coordenação do ciclo de estudos.

3.1. Docente(s) responsável(eis) pela coordenação do ciclo de estudos.

João Jorge Ribeiro Soares Gonçalves de Araújo

3.3 Equipa docente do ciclo de estudos (preenchimento automático)

3.3. Equipa docente do ciclo de estudos / Study programme's teaching staff

Nome / Name	Categoria / Category	Grau / Degree / Specialist	Especialista / Scientific Area	Regime de tempo / Employment link	Informação / Information
Ana Cristina Malheiro Casimiro	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Matemática	100	Ficha submetida
Ana Luísa da Graça Batista Custódio	Professor Associado ou equivalente	Doutor	Matemática	100	Ficha submetida
Ana Margarida Fernandes Ribeiro	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Matemática	100	Ficha submetida
António José Mesquita da Cunha Machado Malheiro	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Álgebra, Lógica e Fundamentos	100	Ficha submetida
Carlos Manuel Saiago	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Matemática / Álgebra	100	Ficha submetida
Cláudio António Rainha Aires Fernandes	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Análise Funcional	100	Ficha submetida
Fábio Augusto da Costa Carvalho Chalub	Professor Associado ou equivalente	Doutor	Matemática	100	Ficha submetida
Gonçalo Jorge Trigo Neri Tabuada	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Algebra-Matematica	100	Ficha submetida
Graça Maria Marques da Silva Gonçalves	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Matemática - Especialidade em Investigação Operacional	100	Ficha submetida
Herberto de Jesus da Silva	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Matemática	100	Ficha submetida
Isabel Cristina Silva Correia	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Estatística e Investigação Operacional	100	Ficha submetida
Isabel Maria Oitavem Fonseca da Rocha Kahle	Professor Associado ou equivalente	Doutor	Matemática	100	Ficha submetida
João Jorge Ribeiro Soares Gonçalves de Araújo	Professor Catedrático ou equivalente	Doutor	Matemática	100	Ficha submetida
Jorge Manuel Leocádio André	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Matemática	100	Ficha submetida
Jorge Orestes Lasbarrères Cerdeira	Professor Catedrático ou equivalente	Doutor	Matemática	100	Ficha submetida
Lidia Ludovina Lampreia Caeiro Pica Lourenço	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Matemática especialização Investigação Operacional	100	Ficha submetida
Luís Manuel Trabucho de Campos	Professor Catedrático ou equivalente	Doutor	Engineering Mechanics	100	Ficha submetida
Magda Stela de Jesus Rebelo	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Matemática	100	Ficha submetida
Manuel Almeida Silva	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Matematica	100	Ficha submetida
Manuel Messias Rocha de Jesus	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Álgebra, Lógica e Fundamentos/Matemática	100	Ficha submetida
Manuel Valdemar Cabral Vieira	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Matemática Aplicada	100	Ficha submetida
Marcos Raydan	Professor Coordenador Principal ou equivalente	Doutor	Computational and Applied Mathematics	100	Ficha submetida
Maria do Carmo Proença Caseiro Brás	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Matemática na especialidade de Investigação Operacional	100	Ficha submetida
Maria do Rosário Silva Franco Fernandes	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Álgebra	100	Ficha submetida
Maria Fernanda Almeida Cipriano Salvador Marques	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Análise Matemática/Matemática	100	Ficha submetida
Maria Isabel Azevedo Rodrigues Gomes	Professor Associado ou equivalente	Doutor	Engenharia e Gestão Industrial	100	Ficha submetida
Nelson Fernando Chibeles Pereira Martins	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Engenharia de Sistemas	100	Ficha submetida
Oleksiy Karlovych	Professor Associado ou equivalente	Doutor	Matemática	100	Ficha submetida
Paula Alexandra da Costa Amaral Jorge	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Matemática	100	Ficha submetida
Paula Cristiana Costa	Professor Auxiliar ou	Doutor	Matemática	100	Ficha

Garcia da Silva Patrício	equivalente					submetida
Reinhard Josef Klaus Kahle	Professor Catedrático ou equivalente	Doutor	Informatik	100		Ficha submetida
Rogério Ferreira Martins	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Matemática	100		Ficha submetida
Rui Alberto Pimenta Rodrigues	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Matemática , equações diferenciais	100		Ficha submetida
Susana Maria Marques Henriques Botelho Baptista	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Engenharia de Sistemas	100		Ficha submetida
Vítor Hugo Bento Dias Fernandes	Professor Associado ou equivalente	Doutor	Matemática	100		Ficha submetida
				3500		

<sem resposta>

3.4. Dados quantitativos relativos à equipa docente do ciclo de estudos.

3.4.1. Total de docentes do ciclo de estudos (nº e ETI)

3.4.1.1. Número total de docentes.

35

3.4.1.2. Número total de ETI.

35

3.4.2. Corpo docente próprio do ciclo de estudos

3.4.2. Corpo docente próprio – docentes do ciclo de estudos em tempo integral / Number of teaching staff with a full time employment in the institution.*

Corpo docente próprio / Full time teaching staff	Nº de docentes / Staff number	% em relação ao total de ETI / % relative to the total FTE
Nº de docentes do ciclo de estudos em tempo integral na instituição / No. of teaching staff with a full time link to the institution:	35	100

3.4.3. Corpo docente do ciclo de estudos academicamente qualificado

3.4.3. Corpo docente academicamente qualificado – docentes do ciclo de estudos com o grau de doutor / Academically qualified teaching staff – staff holding a PhD

Corpo docente academicamente qualificado / Academically qualified teaching staff	Nº de docentes (ETI) / Staff number in FTE	% em relação ao total de ETI* / % relative to the total FTE*
Docentes do ciclo de estudos com o grau de doutor (ETI) / Teaching staff holding a PhD (FTE):	35	100

3.4.4. Corpo docente do ciclo de estudos especializado

3.4.4. Corpo docente do ciclo de estudos especializado / Specialised teaching staff of the study programme

Corpo docente especializado / Specialized teaching staff	Nº de docentes (ETI) / Staff number in FTE	% em relação ao total de ETI* / % relative to the total FTE*	
Docentes do ciclo de estudos com o grau de doutor especializados nas áreas fundamentais do ciclo de estudos (ETI) / Teaching staff holding a PhD and specialised in the fundamental areas of the study programme	35	100	35
Especialistas, não doutorados, de reconhecida experiência e competência profissional nas áreas fundamentais do ciclo de estudos (ETI) / Specialists not holding a PhD, with well recognised experience and professional capacity in the fundamental areas of the study programme	0	0	35

3.4.5. Estabilidade do corpo docente e dinâmica de formação

3.4.5. Estabilidade e dinâmica de formação do corpo docente / Stability and development dynamics of the teaching staff

Estabilidade e dinâmica de formação / Stability and training dynamics	Nº de docentes (ETI) / Staff number in FTE	% em relação ao total de ETI* / % relative to the total FTE*	
Docentes do ciclo de estudos em tempo integral com uma ligação à instituição por um período superior a três anos / Teaching staff of the study programme with a full time link to the institution for over 3 years	35	100	35
Docentes do ciclo de estudos inscritos em programas de doutoramento há mais de um ano (ETI) / FTE number of teaching staff registered in PhD programmes for over one year	0	0	35

4. Pessoal Não Docente

4.1. Número e regime de dedicação do pessoal não docente afeto à lecionação do ciclo de estudos.

Maria da Graça Nobre dos Santos – Assistente Técnica.

Maria Libânia Patrício Gaspar - Assistente Técnica.

Maria Deolinda da Conceição Teixeira da Mata – Assistente Operacional.

Vanda Martins, Bolseira de Gestão em Ciência e Tecnologia do CMA

4.1. Number and employment regime of the non-academic staff allocated to the study programme in the present year.

Maria da Graça Nobre dos Santos – Technical Assistant.

Maria Libânia Patrício Gaspar -- Technical Assistant.

Maria Deolinda da Conceição Teixeira da Mata – Operational Assistant.

Vanda Martins, Scholarship in Management in Science and Technology of CMA.

4.2. Qualificação do pessoal não docente de apoio à lecionação do ciclo de estudos.

Maria da Graça Nobre dos Santos : 12º ano.

Maria Libânia Patrício Gaspar: 9º ano.

Maria Deolinda da Conceição Teixeira da Mata: 6º ano.

Vanda Martins: Licenciada em Gestão.

4.2. Qualification of the non-academic staff supporting the study programme.

Maria da Graça Nobre dos Santos : 12º grade.

Maria Libânia Patrício Gaspar: 9º grade.

Maria Deolinda da Conceição Teixeira da Mata: 6º grade.

Vanda Martins: Bachelor's in Management.

5. Estudantes

5.1. Estudantes inscritos no ciclo de estudos no ano letivo em curso

5.1.1. Estudantes inscritos no ciclo de estudos no ano letivo em curso

5.1.1. Total de estudantes inscritos.

7

5.1.2. Caracterização por género

5.1.1. Caracterização por género / Characterisation by gender

Género / Gender	%
Masculino / Male	71
Feminino / Female	29

5.1.3. Estudantes inscritos por ano curricular.

5.1.3. Estudantes inscritos por ano curricular / Students enrolled in each curricular year

Ano Curricular / Curricular Year	Nº de estudantes / Number of students
----------------------------------	---------------------------------------

Doutoramento

7

7

5.2. Procura do ciclo de estudos.

5.2. Procura do ciclo de estudos / Study programme's demand

	Penúltimo ano / One before the last year	Último ano/ Last year	Ano corrente / Current year
N.º de vagas / No. of vacancies	15	15	15
N.º de candidatos / No. of candidates	7	4	2
N.º de colocados / No. of accepted candidates	3	4	1
N.º de inscritos 1º ano 1ª vez / No. of first time enrolled	2	4	1
Nota de candidatura do último colocado / Entrance mark of the last accepted candidate	0	0	0
Nota média de entrada / Average entrance mark	0	0	0

5.3. Eventual informação adicional sobre a caracterização dos estudantes

5.3. Eventual informação adicional sobre a caracterização dos estudantes.

Relativamente à questão "5.2. Procura do ciclo de estudos", os campos referentes ao "Ano corrente" ainda podem vir a aumentar porque a 3.ª fase de ingresso dos estudantes não se encontra concluída.

5.3. Eventual additional information characterising the students.

Concerning question "5.2 Search for the study cycle" question, the fields referring to the "Current year" may still increase because the third phase of student enrollment has not yet been completed.

6. Resultados

6.1. Resultados Académicos

6.1.1. Eficiência formativa.

6.1.1. Eficiência formativa / Graduation efficiency

	Antepenúltimo ano / Two before the last year	Penúltimo ano / One before the last year	Último ano / Last year
N.º graduados / No. of graduates	0	0	0
N.º graduados em N anos / No. of graduates in N years*	0	0	0
N.º graduados em N+1 anos / No. of graduates in N+1 years	0	0	0
N.º graduados em N+2 anos / No. of graduates in N+2 years	0	0	0
N.º graduados em mais de N+2 anos / No. of graduates in more than N+2 years	0	0	0

Pergunta 6.1.2. a 6.1.3.

6.1.2. Apresentar relação de teses defendidas nos três últimos anos, indicando, para cada uma, o título, o ano de conclusão e o resultado final (exclusivamente para cursos de doutoramento).

Nenhumas.

6.1.2. List of defended theses over the last three years, indicating the title, year of completion and the final result (only for PhD programmes).

None.

6.1.3. Comparação do sucesso escolar nas diferentes áreas científicas do ciclo de estudos e respetivas unidades curriculares.

n.a.

6.1.3. Comparison of the academic success in the different scientific areas of the study programme and the respective curricular units.

n.a.

6.1.4. Empregabilidade.

6.1.4.1. Dados sobre desemprego dos diplomados do ciclo de estudos (estatísticas da DGEEC ou estatísticas e estudos próprios, com indicação do ano e fonte de informação).

Não há graduados.

6.1.4.1. Data on the unemployment of study programme graduates (statistics from the Ministry or own statistics and studies, indicating the year and the data source).

No student completed the degree.

6.1.4.2. Reflexão sobre os dados de empregabilidade.

Não há graduados.

6.1.4.2. Reflection on the employability data.

No student completed the degree.

6.2. Resultados das atividades científicas, tecnológicas e artísticas.

6.2.1. Centro(s) de investigação, na área do ciclo de estudos, em que os docentes desenvolvem a sua atividade científica

6.2.1. Centro(s) de investigação, na área do ciclo de estudos, em que os docentes desenvolvem a sua actividade científica / Research Centre(s) in the area of the study programme, where the teachers develop their scientific activities

Centro de Investigação / Research Centre	Classificação (FCT) / Mark (FCT)	IES / Institution	N.º de docentes do ciclo de estudos integrados/ No. of integrated study programme's teachers	Observações / Observations
Centro de Matemática e Aplicações (CMA) / Center for Mathematics and Applications (CMA)	Muito Bom / Very Good	Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa	33	https://www.fct.unl.pt/investigacao/centro-de-matematica-e-aplicacoes

Pergunta 6.2.2. a 6.2.5.

6.2.2. Mapa-resumo de publicações científicas do corpo docente do ciclo de estudos em revistas internacionais com revisão por pares, livros ou capítulos de livros, ou trabalhos de produção artística, relevantes para o ciclo de estudos.

<http://www.a3es.pt/si/iportal.php/cv/scientific-publication/formId/9ed4b2da-de26-0c91-af4d-5dc14f958fbb>

6.2.3. Mapa-resumo de outras publicações relevantes, designadamente de natureza pedagógica:

<http://www.a3es.pt/si/iportal.php/cv/other-scientific-publication/formId/9ed4b2da-de26-0c91-af4d-5dc14f958fbb>

6.2.4. Atividades de desenvolvimento tecnológico e artístico, prestação de serviços à comunidade e formação avançada na(s) área(s) científica(s) fundamental(ais) do ciclo de estudos, e seu contributo real para o desenvolvimento nacional, regional e local, a cultura científica e a ação cultural, desportiva e artística.

O DM tem parcerias de âmbito científico e de formação com várias empresas nacionais (e.g. SISCOG, EDP, IPQ) e internacionais (e.g. companhia de Seguros Ímpar em Maputo).

O DM tem atividades regulares de divulgação da importância da Matemática:

- O grupo divMAT <https://sites.google.com/site/divmatfct> tem como finalidade a divulgação da Matemática através de diversas iniciativas destinadas a alunos e professores do ensino secundário.

- O ClubeMath <http://eventos.fct.unl.pt/clubemath> destina-se a jovens do ensino básico e secundário.

- A MatNova <http://eventos.fct.unl.pt/matnova2019> é uma Escola de Verão de Matemática, destinada a alunos de excelência do ensino secundário.

- A MathIngenious <http://eventos.fct.unl.pt/mathingenious2019> é uma Escola de Verão de Matemática, destinada a alunos de excelência do ensino secundário.

- Por ocasião da Expo FCT, milhares de alunos do ensino secundário visitam a FCT e o DM. Membros do DM organizam várias atividades cujo principal feito é mostrar como a Matemática ajuda a resolver múltiplos problemas. A oferta destas atividades corresponde às necessidades do mercado, à missão e aos objetivos da FCT NOVA.

- MathMasters <https://eventos.fct.unl.pt/mathmasters/pages/welcome> escola de inverno para alunos universitários de cursos com forte componente matemática

- Estágios Ciência Viva no Laboratório <https://www.cma.fct.unl.pt/outreach> promovidos por investigadores do CMA, com atividades para alunos do Secundário.

- Programa Cientificamente Provável <https://www.cma.fct.unl.pt/outreach> com protocolos com escolas do ensino básico e secundário para realização de atividades de divulgação para jovens.

O CMA é responsável pelos cursos *Ciência Viva no Laboratório*, e protocolos *Cientificamente Provável com escolas para realização de atividades dando cumprimento ao publicado no DR, 1.ª série n.º 94, 16 de maio de 2019 que faz a revisão do regime jurídico das instituições que se dedicam à investigação científica e desenvolvimento tecnológico I&D*:

"8- Estimular a relação entre a ciência e a sociedade, valorizando o reconhecimento social da ciência, a promoção da cultura científica, a comunicação sistemática do conhecimento e dos resultados das atividades de I&D e a apropriação social do conhecimento, designadamente através da *Ciência Viva - Agência Nacional para a Cultura Científica e Tecnológica* e das instituições que se dedicam à I&D"

Capítulo II, Artigo 9.º

"c) Realização de ações de promoção da cultura científica, especialmente junto das crianças e jovens, proporcionando o contacto direto destes com a instituição e os projetos de investigação em curso"

6.2.4. Technological and artistic development activities, services to the community and advanced training in the fundamental scientific area(s) of the study programme, and their real contribution to the national, regional or local development, the scientific culture and the cultural, sports or artistic activity.

The DM has scientific and training partnership with several national companies (e.g. SISCOG, EDP, IPQ) and international companies (e.g. insurance company Seguros Ímpar in Maputo).

The DM has regular activities to disseminate the importance of mathematics:

- The group *divMAT* <https://sites.google.com/site/divmatfct/> aims at the dissemination of mathematics through various initiatives directed to students and secondary school teachers.
- The *ClubeMath* <http://eventos.fct.unl.pt/clubemath/> aimed at young basic and secondary school students.
- The *MatNova* <http://eventos.fct.unl.pt/matnova2019> is a Summer School of Mathematics is aimed at honors high school students.
- The *MathIngenious* <http://eventos.fct.unl.pt/mathingenious2019> is a Summer School of Mathematics is aimed at honors high school students.
- On the occasion of *Expo FCT*, thousands of secondary school students visit the FCT and DM. DM members organize various activities, whose main aim is to show how mathematics helps to solve multiple problems. The offering of these activities correspond to market needs, the mission and goals of FCT NOVA.
- *MathMasters* <https://eventos.fct.unl.pt/mathmasters/pages/welcome>
- *Estágios Ciência Viva no Laboratório* <https://www.cma.fct.unl.pt/outreach> .
- *Programa Cientificamente Provável* <https://www.cma.fct.unl.pt/outreach>

6.2.5. Integração das atividades científicas, tecnológicas e artísticas em projetos e/ou parcerias nacionais e internacionais, incluindo, quando aplicável, indicação dos principais projetos financiados e do volume de financiamento envolvido.

Existe um protocolo de colaboração com o Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal Fluminense do Rio de Janeiro, Brasil.

Projeto financiado pelo Portugal/Carnegie Mellon Partnership: *Thin structures, homogenization and multiphase problems*, UTA_CMU/MAT/0005/2009.

Principais projetos financiados pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia:

Projeto estratégico do CMA, UID/MAT/00297/2019.

"Hilbert's 24th Problem" PTDC/MHC-FIL/2583/2014.

BoostDFO: Improving the performance and moving to newer dimensions in Derivative-Free Optimization PTDC/MAT-APL/28400/2017.

Semigroups: Conjugacy, Computation, Crystals and Combinatorics, PTDC/MAT-PUR/31174/2017.

6.2.5. Integration of scientific, technologic and artistic activities in projects and/or partnerships, national or international, including, when applicable, the main projects with external funding and the corresponding funding values.

We have a collaboration with the Institute of Mathematics and Statistics, Fluminense Federal University, Rio de Janeiro, Brazil.

Project funded by Portugal/Carnegie Mellon Partnership: *Thin structures, homogenization and multi phase problems*, UTA_CMU/MAT/0005/2009.

Main projects funded by Fundação para a Ciência e a Tecnologia:

Strategic project of CMA, CMA, UID/MAT/00297/2019.

"Hilbert's 24th Problem" PTDC/MHC-FIL/2583/2014.

BoostDFO: Improving the performance and moving to newer dimensions in Derivative-Free Optimization PTDC/MAT-APL/28400/2017.

Semigroups: Conjugacy, Computation, Crystals and Combinatorics, PTDC/MAT-PUR/31174/2017.

6.3. Nível de internacionalização.

6.3.1. Mobilidade de estudantes e docentes

6.3.1. Mobilidade de estudantes e docentes / Mobility of students and teaching staff

	%
Alunos estrangeiros matriculados no ciclo de estudos / Foreign students enrolled in the study programme	29
Alunos em programas internacionais de mobilidade (in) / Students in international mobility programmes (in)	0
Alunos em programas internacionais de mobilidade (out) / Students in international mobility programmes (out)	0

Docentes estrangeiros, incluindo docentes em mobilidade (in) / Foreign teaching staff, including those in mobility (in)	6
Mobilidade de docentes na área científica do ciclo de estudos (out) / Teaching staff mobility in the scientific area of the study (out).	6

6.3.2. Participação em redes internacionais com relevância para o ciclo de estudos (redes de excelência, redes Erasmus).

6.3.2. Participação em redes internacionais com relevância para o ciclo de estudos (redes de excelência, redes Erasmus).

Os programas doutorais em apreço integram programas internacionais de formação, nomeadamente em:

1. Obtenção de duplo grau, envolvendo as Universidades de São Paulo, Belo Horizonte, Lavras e Londrina (Brasil) e a Universidade de Darmstadt (Alemanha).

2. Programa Internacional de doutoramento, IdFunMat, já referido, envolvendo o Fraunhofer-Gesellschaft zur Forderung der angewandten Forschung; Fundation Tecnalía Research & Innovation; Institut Polytechnique de Grenoble (INP); Leiden University; technical University Darmstadt, University of Bourdeaux, que vai já na terceira edição e em que os estudantes de ambos os programas doutorais coordenados pelo DCM participam, nomeadamente em Escolas de verão e estágios com duração mínima de seis meses em empresas Europeias ou RTO europeias, associadas ao KIC Raw Materials. De salientar que este programa se iniciou em 2017 e vai ser estendido (3.º edição) até 2024.

3. Diversos acordos ERASMUS (Univ. Sevilha, San Sebastian, Galati, Bucareste, etc.).

6.3.2. Participation in international networks relevant for the study programme (excellence networks, Erasmus networks, etc.).

The doctoral programs in question are part of international training programs, in particular in:

1. Obtaining a double degree, involving the Universities of São Paulo, Belo Horizonte, Lavras and Londrina (Brazil) and the University of Darmstadt (Germany).

2. International PhD program, IdFunMat, cited above, involving the Fraunhofer-Gesellschaft zur Forderung der angewandten Forschung; Foundation Tecnalía Research & Innovation; Grenoble Polytechnic Institute (INP); Leiden University; technical University Darmstadt, University of Bourdeaux, which is already in its third edition and in which students from both doctoral programs coordinated by DCM participate, namely in Summer Schools and internships lasting at least six months in European or RTO European companies, associated to KIC Raw Materials. Note that this program started in 2017 and will be extended (3rd edition) until 2024.

3. Several ERASMUS agreements (Univ. Seville, San Sebastian, Galati, Bucharest, etc.)

6.4. Eventual informação adicional sobre resultados.

6.4. Eventual informação adicional sobre resultados.

n.a.

6.4. Eventual additional information on results.

n.a.

7. Organização interna e mecanismos de garantia da qualidade

7.1 Existe um sistema interno de garantia da qualidade certificado pela A3ES

7.1. Existe um sistema interno de garantia da qualidade certificado pela A3ES (S/N)?

Se a resposta for afirmativa, a Instituição tem apenas que preencher os itens 7.1.1 e 7.1.2, ficando dispensada de preencher as secções 7.2.

Se a resposta for negativa, a Instituição tem que preencher a secção 7.2, podendo ainda, se o desejar, proceder ao preenchimento facultativo dos itens 7.1.1 e/ou 7.1.2.

Não

7.1.1. Hiperligação ao Manual da Qualidade.

https://www.fct.unl.pt/sites/default/files/manual_da_qualidade_2018.pdf

7.1.2. Anexar ficheiro PDF com o último relatório de autoavaliação do ciclo de estudos elaborado no âmbito do sistema interno de garantia da qualidade (PDF, máx. 500kB).

<sem resposta>

7.2 Garantia da Qualidade

7.2.1. Mecanismos de garantia da qualidade dos ciclos de estudos e das atividades desenvolvidas pelos Serviços ou estruturas de apoio aos processos de ensino e aprendizagem, designadamente quanto aos procedimentos destinados à recolha de informação (incluindo os resultados dos inquéritos aos estudantes e os resultados da monitorização do sucesso escolar), ao acompanhamento e avaliação periódica dos ciclos de estudos, à discussão e utilização dos

resultados dessas avaliações na definição de medidas de melhoria e ao acompanhamento da implementação dessas medidas.

A avaliação dos Ciclos de Estudo (CE) assume especial importância para a prossecução da promoção e verificação da qualidade do Ensino e Aprendizagem. Para tal encontram-se descritos em procedimentos os processos de monitorização das Unidades Curriculares (UC) e dos CE. Nestes procedimentos encontram-se bem definidas e especificadas as funções de todos os intervenientes da comunidade académica, nomeadamente estudantes, docentes, regente e responsável da UC, coordenador e comissão científica (CC) do CE, presidente do departamento responsável pela UC e pelo CE, Subdiretor para os Assuntos Pedagógicos (SAP), Conselho de Gestão (CG) e Diretor.

O processo de monitorização semestral do CE apoia-se em 2 conjuntos de dados sobre as UC:

1) Os dados subjetivos que resultam da perceção dos estudantes e docentes são obtidos através da resposta aos seguintes Questionários de Avaliação das Perceções dos:

-Estudantes sobre o Funcionamento das UC e do Desempenho Global dos Docentes (QA);

-Docentes sobre as UC;

-Estudantes sobre o Desempenho Individual dos Docentes (QB).

2) Os dados objetivos que se referem ao desempenho obtido pelos estudantes nas UC:

-Sucesso escolar;

-Nível de eficiência formativa;

-Média das classificações obtidas pelos estudantes na UC.

O Sistema de Gestão Académica (CLIP) apoia todo o processo de monitorização e avaliação. Os questionários são respondidos online no CLIP, o qual também realiza o tratamento estatístico. Os dados objetivos são extraídos do CLIP. Os relatórios da UC e do CE que integram os dados anteriores são gerados automaticamente pelo CLIP, podendo os diversos intervenientes da comunidade académica aceder online ao respetivo relatório.

Com base nos critérios definidos as UC são classificadas como inadequadas, i.e. UC que necessitam de uma análise mais aprofundada, se o valor médio das respostas a uma das questões do questionário QA se situar abaixo do valor crítico ou se os indicadores de desempenho se situarem abaixo dos limiares críticos definidos.

No final de cada semestre o Coordenador e a CC do CE elaboram o Relatório Semestral do CE o qual inclui (1) a análise dos dados referidos anteriormente, (2) um comentário geral sobre o funcionamento do CE nesse semestre, indicando pontos fortes e pontos fracos e (3) propostas de ações de melhoria ou modificações. Este relatório é analisado pelo SAP e submetido ao CG. Este avalia as propostas e podem sugerir novas ações de melhoria.

As ações de melhoria a implementar devem incluir medidas que permitam corrigir as situações problemáticas. Sempre que surjam situações inadequadas, de cariz repetitivo, deve ser sujeita a um processo de auditoria. Na realização da auditoria, a equipa auditora deve consultar os Responsáveis envolvidos.

Deste processo, resulta um relatório com uma síntese das causas apuradas para o problema e um conjunto de conclusões e recomendações.

O CE é também submetido a uma avaliação (anual) mais detalhada, a qual é sintetizada no Relatório Global de Monitorização do CE.

No âmbito da implementação do NOVA SIMAQ - Sistema Interno de Monitorização e Avaliação da Qualidade da Universidade NOVA de Lisboa, encontram-se em desenvolvimento instrumentos que visam monitorizar e avaliar o funcionamento dos 3.º Ciclos de Estudos (CE).

As ferramentas de monitorização, que servem de suporte à avaliação do funcionamento do CE, serão aplicadas de acordo com a especificidade do Programa Doutoral (PD).

Anualmente, será aplicado a todos os estudantes de 3.º Ciclo um questionário de perceção dos estudantes de doutoramento.

A monitorização da qualidade dos programas doutorais, que compreendem uma componente letiva, será realizada através da aplicação de um questionário de perceção dos estudantes sobre o funcionamento das unidades curriculares, se o número de estudantes inscritos for igual ou superior a 5. No caso do número de estudantes ser inferior a 5, a monitorização será feita através de um "Focus Group".

No caso dos PD que não compreendem unidades curriculares, a monitorização do funcionamento dos mesmos será realizada anualmente através de um "Focus Group".

No "Focus Group", o Coordenador do CE em conjunto com a Comissão Científica, os Estudantes, Orientadores e Docentes (se o programa doutoral compreender parte escolar) deve efetuar uma reflexão sobre a forma como decorreu o semestre, nomeadamente a avaliação do sucesso escolar e o desenvolvimento do trabalho conducente ao grau de Doutor.

Em todas as situações serão analisados os resultados do funcionamento do CE e desencadeadas as ações de melhoria necessárias.

Anualmente será realizado um Relatório Anual do Programa Doutoral (RAPD) que se constitui por uma síntese, da qual constarão os seguintes elementos: data, hora e local; identificação dos elementos presentes; análise dos semestres; "follow up" do grau de concretização das ações de melhoria apresentadas na última reunião; síntese das ações de melhoria a executar, indicação do seu grau de execução e a calendarização da sua implementação.

7.2.1. Mechanisms for quality assurance of the study programmes and the activities promoted by the services or structures supporting the teaching and learning processes, namely regarding the procedures for information collection (including the results of student surveys and the results of academic success monitoring), the monitoring and periodic assessment of the study programmes, the discussion and use of the results of these assessments to define improvement measures, and the monitoring of their implementation.

The evaluation of the Study Cycles is of particular importance for the continuation of the promotion and verification of the Teaching and Learning quality. To this end, the monitoring processes of Curricular Units and Study Cycles are described in procedures. In these procedures, are well defined and specified the functions of all the actors of the academic community, namely students, teachers, regent and responsible of the Curricular Unit, coordinator and scientific commission of the Study Cycle, president of the department responsible for the Curricular Unit and for the Study Cycle, Vice-Dean for Pedagogical Affairs, Management Board and Dean.

The biannual monitoring process of the Study Cycles is based on two sets of data on the Curricular Units:

1) Subjective data that result from the students' and teachers' perception, and are obtained through the answer to the

following Questionnaires of Evaluation of the Perceptions of:

- *Students on the Functioning of Curricular Unit and the Global Performance of Teachers (QA);*
- *Teachers about the Curricular Units;*
- *Students on the Individual Performance of Teachers (QB).*

2) Objective data that refer to the performance achieved by students in the Curricular Units:

- *School success;*
- *Level of formative efficiency;*
- *Average of the classifications obtained by the students in the Curricular Units.*

The Academic Management System (CLIP) supports the entire monitoring and evaluation process. The questionnaires are answered online at the CLIP, which also performs the statistical treatment. The objective data is extracted from the CLIP. The reports of the Curricular Unit and the Study Cycle that integrate the previous data are generated automatically by the CLIP, and the various actors of the academic community can access online the respective report. Based on the criteria defined, the Curricular Units are classified as inadequate, that is, Curricular Units that need further analysis if the average value of the answers to one of the questions in the QA questionnaire is below the critical value, or if the performance indicators are below the defined critical thresholds.

At the end of each semester, the Coordinator and the Scientific Committee of the Study Cycle prepare the Semester Report of the Study Cycle which includes (1) the analysis of the data referred to above, (2) a general comment on the functioning of the Study Cycle in this semester, indicating strengths and weaknesses and (3) proposals for improvement actions or modifications. This report is reviewed by Vice-Dean for Pedagogical Affairs and submitted to the Management Board. It evaluates the proposals and may suggest further improvement actions.

The improvement actions to be implemented should include measures to correct the problem situations. Where there are inappropriate situations of a repetitive nature, they should be subject to an audit procedure. When conducting the audit, the audit team should consult with those responsible.

From this process, a report summarizes the causes of the problem and a set of conclusions and recommendations. The Study Cycle is also subjected to a more detailed (annual) assessment, which is summarized in the Global Study Cycle Monitoring Report.

As part of the implementation of NOVA SIMAQ - Internal Quality Monitoring and Evaluation System of the NOVA University of Lisbon, instruments are under development to monitor and evaluate the functioning of the 3rd Study Cycles (SC).

The monitoring tools, which support the evaluation of the functioning of the SC, will be applied according to the specificity of the Doctoral Program (DP).

Every year, a PhD student perception questionnaire will be applied to all 3rd cycle students.

The quality monitoring of doctoral programs, which comprise a teaching component, will be carried out by applying a student perception questionnaire on the functioning of the curricular units, if the number of students enrolled is greater than or equal to 5. If the number of students is less than 5, monitoring will be done through a "Focus Group". In the case of DP without curricular units, the monitoring of their functioning will be carried out annually through a "Focus Group".

At the "Focus Group", the SC Coordinator, together with the Scientific Committee, Students, Advisors and Teachers (if the doctoral program comprises curricular units), should carry out a reflection on how the semester took place, namely the assessment of the school achievement and the development of the work leading to the degree of Doctor.

In all situations, the results of the operation of the SC will be analyzed and the necessary improvement actions will be triggered.

An Annual Doctoral Program Report (RAPD) will be produced annually, consisting of a synthesis, which will include the following elements: date, time and place; identification of the present members; analysis of semesters; "follow up" on the implementation of improvement actions presented at the previous meeting; synthesis of improvement actions to be carried out, indication of execution and the timing of implementation.

7.2.2. Indicação da(s) estrutura(s) e do cargo da(s) pessoa(s) responsável(eis) pela implementação dos mecanismos de garantia da qualidade dos ciclos de estudos.

Sendo um processo transversal a toda a instituição, são vários os responsáveis pela implementação dos mecanismos de garantia da qualidade do Ensino, assim:

1-ao nível da UNL:

- Pró-Reitora responsável pela qualidade do ensino;*
- Conselho da Qualidade do Ensino da UNL: Assegurar o funcionamento do sistema de garantia da qualidade do ensino na UNL.*

2-ao nível da FCT:

- Diretor: Orientar todas as estruturas orgânicas e funcionais para os princípios da garantia da qualidade.*
- Subdiretor responsável pela garantia da qualidade do ensino na FCT NOVA.*
- Comissão da Qualidade do Ensino da FCT NOVA: Assegurar o funcionamento do sistema de garantia da qualidade do ensino.*
- Coordenador e Comissão Científica do CE e Presidente do Departamento responsável pelo CE e UC: processo de autoavaliação dos ciclos de estudos.*
- Divisão de Gestão e Planeamento da Qualidade: Apoiar a implementação de práticas da qualidade.*
- Delegados da Qualidade: Promover a implementação de práticas da qualidade.*

7.2.2. Structure(s) and job role of person(s) responsible for implementing the quality assurance mechanisms of the study programmes.

Being a transversal process to the whole institution, there are several responsible for the implementation of the Teaching quality assurance mechanisms, thus:

1- at UNL level:

- *Pro-Rector responsible for teaching quality;*

- *Teaching Quality Council of UNL: Ensure the functioning of UNL's Teaching Quality Assurance System.*
- 2- *at FCT level:*
- *Dean: To guide all organic and functional structures in accordance with the principles of quality assurance.*
- *Vice-Dean responsible for Teaching quality assurance at FCT NOVA.*
- *FCT NOVA Teaching Quality Committee: Ensure the functioning of the teaching quality assurance system.*
- *Coordinator and Scientific Committee of the CE and Chair of the Department responsible for the EC and UC: process of self-evaluation of study cycles.*
- *Planning and Quality Management Division (DPGQ): Support the implementation of quality practices.*
- *Quality Delegates (DQ): Promote the implementation of quality practices.*

7.2.3. Procedimentos de avaliação do desempenho do pessoal docente e medidas conducentes à sua permanente atualização e desenvolvimento profissional.

O Regulamento da FCT NOVA relativo à Avaliação do Desempenho (RAD) têm por objeto o desempenho dos docentes, visando avaliá-lo em função do mérito e melhorar a sua qualidade. A avaliação de desempenho abrange todos os docentes das escolas envolvidas, tem em conta a especificidade de cada área disciplinar e considera todas as vertentes da respetiva atividade: a) Docência; b) Investigação científica, desenvolvimento e inovação; c) Tarefas administrativas e de gestão académica; d) Extensão universitária, divulgação científica e prestação de serviços à comunidade. Os resultados da avaliação têm consequências no posicionamento remuneratório, contratação por tempo indeterminado e renovações de contratos. Para a permanente atualização dos docentes contribui, desde logo, a implementação de uma política de estímulo à investigação de qualidade com o objetivo de incentivar projetos com potencial de investigação e reconhecer o mérito dos investigadores mais destacados.

7.2.3. Procedures for the assessment of teaching staff performance and measures for their continuous updating and professional development.

The FCT NOVA Regulation on Performance Assessment (RAD) are aimed at the performance of the teachers, in order to assess it on the basis of merit and to improve its quality. The performance evaluation covers all the teachers of the schools involved, takes into account the specificity of each subject area and considers all aspects of their activity: a) Teaching; (b) scientific research, development and innovation; c) Administrative and academic management tasks; d) University extension, scientific dissemination and service delivery to the community. The results of the evaluation have consequences on the remuneration positioning, contract renewals and tenure. For the permanent updating of the teaching staff, it mainly contributes the implementation of a policy to stimulate research quality with the goal of encouraging projects with research potential and recognizing the merit of the most outstanding researchers.

7.2.3.1. Hiperligação facultativa ao Regulamento de Avaliação de Desempenho do Pessoal Docente.

<https://dre.pt/application/conteudo/107752661>

7.2.4. Procedimentos de avaliação do pessoal não-docente e medidas conducentes à sua permanente atualização e desenvolvimento profissional.

A avaliação do pessoal não docente é efetuada segundo o SIADAP – Sistema Integrado de Avaliação de Desempenho da Administração Pública – o qual assenta na definição de objetivos institucionais que são desdobrados pela organização. Os objetivos a atingir por cada funcionário, administrativo ou técnico, são definidos no início de cada biénio e estão alinhados com os objetivos estratégicos da instituição. A progressão do funcionário, a existir, dependerá da avaliação bienal que é feita em função do cumprimento das metas fixadas.

7.2.4. Procedures for the assessment of non-academic staff performance and measures for their continuous updating and professional development.

The performance of non-academic staff is based on SIADAP – Integrated System for Performance Evaluation of Public Administration. SIADAP requires the definition and deployment of institutional objectives. The goals to be attained by the non-academic staff are aligned with the institution strategic objectives and are defined at the beginning of each biennium. The career progression of staff depends on their biennial evaluation, which is based on the degree of accomplishment of the pre-defined goals.

7.2.5. Forma de prestação de informação pública sobre o ciclo de estudos.

Informação detalhada sobre o curso encontra-se disponível em
<https://www.fct.unl.pt/ensino/curso/doutoramento-em-matematica>
Para além disso há a divulgação do curso pelas redes sociais e outros meios digitais.

7.2.5. Means of providing public information on the study programme.

Detailed information about the programme can be found at
<https://www.fct.unl.pt/ensino/curso/doutoramento-em-matematica>
The information is also shared in the social networks and other digital mediators.

7.2.6. Outras vias de avaliação/acreditação nos últimos 5 anos.

n.a.

7.2.6. Other assessment/accreditation activities over the last 5 years.

n.a.

8. Análise SWOT do ciclo de estudos e proposta de ações de melhoria

8.1 Análise SWOT global do ciclo de estudos

8.1.1. Pontos fortes

O Programa Doutoral em Matemática tem um currículo atualizado e abrangente, oferecendo aptidões semelhantes às conferidas por cursos homólogos de universidades estrangeiras e procurando ter oferta especialmente forte nos domínios científicos onde o departamento tem investigadores mais prestigiados internacionalmente (álgebra, otimização, análise e estatística).

O Programa possui um corpo docente altamente qualificado e experiente. Os Docentes frequentaram programas homólogos nas mais prestigiadas instituições de investigação científica, quer nacionais quer estrangeiras. Além disso, pertencem ao Centro de Matemática e Aplicações classificado de Muito Bom (4/5/5) e publicam regularmente em prestigiadas revistas científicas.

O Departamento tem colaborações (artigos em co-autoria) com cerca de 120 matemáticos europeus (sobretudo em Inglaterra, França e Alemanha) e com mais de 30 nos EUA. Os docentes do programa publicaram em revistas como Duke MJ, Transactions AMS, Proceedings LMS, Combinatorica, J. Math. Biol., J. Differ. Equations, Calc. Var. Part., SIAM J. Optim., Bioinformatics, Insurance Math. & Econ., Omega, EJOR, Lancet, Methods Ecol. Evol., Etc.

O corpo docente inclui ainda os dois vice-presidentes da Sociedade Portuguesa de Matemática, um vice-presidente da Sociedade Portuguesa de Investigação Operacional, um vice-presidente da European Society for Math. and Theoretical Biology, dois membros do Raising Public Awareness of Mathematics Committee of SEM e do Applied Mathematics Committee of EMS, e um membro da Commission of the International day of Mathematics do IMU.

8.1.1. Strengths

The Ph.D. Program in Mathematics has a broad and up-to-date curriculum, offering skills courses similar to those conferred by counterparts from foreign universities. The offer is organized around the scientific areas in which we have prestigious researchers (algebra, optimization and analysis).

The Program possesses a highly qualified and experienced faculty. The Faculty of the Doctoral Program attended program counterparts in the most prestigious scientific research institutions in Portugal or abroad. Furthermore, they belong to the Center for Mathematics and Applications ranked Very Good and regularly publish in prestigious scientific journals.

The Department has collaborations (joint papers) with about 120 mathematicians from Europe (mainly UK, France and Germany) and more than 30 in the USA. The faculty of the program published papers in journals such as Duke MJ, Transactions AMS, Proceedings LMS, Combinatorica, J. Math. Biol., J. Differ. Equations, Calc. Var. Part., SIAM J. Optim., Bioinformatics, Insurance Math. & Econ., Omega, EJOR, Lancet, Methods Ecol. Evol., Etc.

Among the faculty we have the two vice-presidents of the Portuguese Mathematical Society, one vice-president of the Portuguese Society of Oper. Res., one vice-president of the European Society for Math. And Theoretical Biology, two members of the Raising Public Awareness of Mathematics Committee of EMS and of the Applied Mathematics Committee of EMS, and a member of the Commission of the International day of Mathematics of IMU.

8.1.2. Pontos fracos

O principal ponto fraco são os poucos alunos com o curso concluído (na área da matemática 8 alunos concluíram, sendo que dois deles foram bolseiros da FCT, e neste momento há 9 alunos inscritos, sendo que 5 têm bolsa de doutoramento da FCT e um tem bolsa de doutoramento de um projeto da FCT; na área da estatística terminaram 11 alunos e há neste momento 12 inscritos, sendo que 2 têm bolsa). Uma parte importante da procura situou-se em professores de politécnicos, com um interesse particular em ter o grau, mas também muitos constrangimentos de tempo e disponibilidade. Na prática, todos os alunos estavam em regime de tempo especialmente parcial. Isto alterou-se recentemente com a entrada de novos alunos mais novos e estudantes a tempo inteiro.

8.1.2. Weaknesses

The main weakness is the small number of students finishing the degree (in the area of mathematics 8 students have completed, two of them were FCT fellows, and at this moment there are 9 students enrolled, 5 have a FCT PhD scholarship and one has PhD scholarship from a FCT project, in the area of statistics, 11 students finished and there are currently 12 registered students, 2 of whom have a scholarship).

The average student was teaching at a Polytechnique school, therefore having some motivation to get the degree, but many constraints of time. In practice all of them were part-time students. This state of affairs changed in recent time with the entry of younger and full-time students.

8.1.3. Oportunidades

Na última avaliação dos centros foram atribuídas ao CMA 8 bolsas de doutoramento o que certamente permitirá atrair alunos (nacionais ou estrangeiros) de grande qualidade. Estamos ainda a promover parcerias com empresas e o poder local para a promoção de doutoramento em empresa, o envio de quadros a fazer o programa de forma a aplicar as técnicas na melhoria dos processos da empresa, ou no patrocínio de alunos sem bolsa.

Este programa tem docentes com especiais competências ao nível da matemática computacional, particularmente ao nível da otimização e da álgebra (refira-se o sistema www.proverx.com cuja administração pertence ao CMA e que está para a inteligência artificial aplicada à demonstração automática de teoremas como o GAP está para a computação simbólica). As valências dos docentes deste programa ao nível computacional tornam este programa de doutoramento especialmente atrativo e de certa forma único em Portugal.

A reformulação da licenciatura e do mestrado, reformulações orientadas a promover uma maior integração dos três

ciclos, têm por espinha dorsal a formação nas áreas onde o departamento é especialmente forte (álgebra, análise, otimização e estatística) e desse ponto de vista pavimentam o caminho para um percurso de sucesso no doutoramento.

Existe uma grande procura de doutorados em Matemática não só por parte das universidades, mas também pelas empresas apostadas em inovação e conhecimento.

A acessibilidade do campus, eventualmente um problema no passado, melhorou muito devido à intensificação da ligação por metro de superfície e os passes para a região de Lisboa.

Mas a maior oportunidade de todas é a tentativa em curso de construção de uma oferta de 3º ciclo que junte os maiores matemáticos das universidades públicas da região de Lisboa. Apesar de tentado várias vezes no passado, desta vez há razões para pensar que a tentativa será bem sucedida, quer pelo adiantado da preparação, quer pela recomendação muito forte feita a todos os centros de investigação da região de Lisboa para que promovessem esta oferta conjunta. A concretizar-se, permitirá atrair alunos estrangeiros de muito maior qualidade ao concorrer diretamente com programas semelhantes (de Paris, Berlim, NY, etc.). Além disso criará uma marca de tal forma prestigiada que será da máxima conveniência as maiores empresas portuguesas associarem-se a ela (nos termos indicados acima). A promoção desta oferta conjunta era uma das recomendações da CAE aquando da submissão deste programa, e está a ser implementada agora. Neste quadro é importante haver oferta de unidades curriculares nas áreas em que este departamento é mais forte no contexto de Lisboa. Por isso foram acrescentadas algumas unidades curriculares ao anterior plano.

Tudo somado, o panorama futuro parece ser radicalmente diferente (para melhor) do que aconteceu no passado.

8.1.3. Opportunities

CMA was given 8 PhD scholarships, which will certainly allow the attraction of high quality students (national or foreign). We are also promoting partnerships with companies and local authorities with the objective of promoting PhDs in companies, instructing employees who will apply the techniques in order to improve the company processes, or sponsoring students with financial needs.

This program has a faculty with special skills in computational mathematics, namely in optimization and algebra (refer to the system www.proverx.com, whose administration belongs to CMA and which is for Artificial Intelligence applied to automated reasoning what GAP is for symbolic computation). The capabilities of the faculty of this program at the computational level make this PhD programme especially attractive and in a certain way unique in Portugal.

The reformulation of the Bachelor's and Master's Degrees, reformulations which are being channeled in a way as to promote a higher integration of the three study cycles, have as backbone the instruction in areas in which the department is especially strong (algebra, calculus, optimization and statistics) and from that point of view pave the way to a path of success in the PhD.

There is a large demand for PhDs in Mathematics not only by the Universities, but also by companies interested in Research and Development.

The access to the Campus, possibly a problem in the past, has significantly improved due to the intensification of the connection through surface subway.

But the greatest opportunity is the undergoing attempt to build a PhD offer which combines the greatest mathematicians of all public universities in Lisbon's region. Although it has been tried many times, unsuccessfully, this time there are reasons to believe that the attempt will succeed, either due to the advanced stage in which the preparation already is, or due to the very strong recommendation done to every research center in Lisbon area for them to promote this joint offer. If this is to happen, it will allow the attraction of foreign students of much higher quality while competing with similar programmes (from Paris, Berlin, NY, etc.). It will also create a brand so prestigious that it will be of the highest convenience for the largest Portuguese companies to associate with it (in the terms described above). The promotion of the joint offer was one of CAE's recommendation when this programme was being submitted, and is being implemented right now.

All things considered, the future prospects seem radically different (for better) than what has happened in the past.

8.1.4. Constrangimentos

O custo de licenças de software proprietários, assim como as limitações orçamentais conduzem a algumas restrições de recursos, nomeadamente ao nível dos laboratórios computacionais. A utilização em aulas de algum software poderá ficar comprometida.

8.1.4. Threats

The price of software licenses and budget constraints may cause some restrictions in terms of resources, namely at the computational laboratory level. The use in classes of some type of software may be compromised.

8.2. Proposta de ações de melhoria

8.2. Proposta de ações de melhoria

8.2.1. Ação de melhoria

Para garantir que estudantes terminam o curso dentro do prazo vamos implementar as seguintes medidas:

1. *Contratos de orientação estudante/orientador com a definição à partida da periodicidade dos encontros;*
2. *Dois workshops por ano em que os estudantes de doutoramento e post-doc são chamados a fazer apresentações;*
3. *Acompanhamento do avanço dos trabalhos feito em maior proximidade pela coordenação do curso.*

8.2.1. Improvement measure

To guarantee that the students finish the course on time we propose:

1. *Contracts student/supervisor with prescribed meetings;*
2. *Organize two workshops per year in which PhD students and post-docs present their work;*
3. *The coordination carries a close monitorization of the progresses.*

8.2.2. Prioridade (alta, média, baixa) e tempo de implementação da medida

Alta; a partir do ano letivo de acreditação do Ciclo de Estudos.

8.2.2. Priority (high, medium, low) and implementation time.

High; from school year in which the Study Programme is accredited.

8.1.3. Indicadores de implementação

Todos os indicadores habitualmente utilizados para aferir a qualidade do ciclo de estudos.

8.1.3. Implementation indicator(s)

All the indicators commonly considered to measure the quality of the study programme.

9. Proposta de reestruturação curricular (facultativo)**9.1. Alterações à estrutura curricular****9.1. Síntese das alterações pretendidas e respectiva fundamentação**

Nas especialidades da álgebra, otimização e análise foram introduzidas seis novas unidades curriculares para dar maior expressão às áreas onde o departamento tem investigação de maior impacto internacional: Controlo ótimo da dinâmica de fluidos, Dinâmica Populacional, Métodos Numéricos para otimização contínua, Otimização Sem Derivadas, Tópicos de Álgebra Universal e Dedução Automática.

Foi criada uma especialidade nova de Estatística e Gestão do Risco com as UC correspondentes e já anteriormente em funcionamento no Programa Doutoral em Estatística e Gestão de Risco. Além disso, foram reformuladas 5 dessas UC (Teoria da Probabilidade: Alta Dimensionalidade e Aplicações, Estatística: Alta Dimensionalidade e Aplicações, Tópicos Avançados de Estatística, Matemática Financeira Computacional e Tópicos Seleccionados de Análise Multivariada).

Promoveu-se a inclusão do antigo Programa Doutoral em Estatística e Gestão de Risco como um novo ramo no atual programa de doutoramento em matemática, passando assim o DM da FCT NOVA a ter um único Programa Doutoral. Esta junção vem na sequência dos vários apelos (seja da A3ES, seja da FCT) para uma junção dos programas da região de Lisboa (e a fortiori dentro do DM/FCT NOVA), mas também por razões científicas (a natureza cada mais interdisciplinar da investigação em matemática), para dar um sinal aos doutorandos da crescente interdisciplinaridade da investigação de ponta em matemática, e por racionalidade na gestão de recursos. Além disso, esta junção permitirá uma melhor coordenação da oferta doutoral da NOVA, formação mais interdisciplinar (UC de interesse para estudantes em diversos ramos), sendo uma mais valia acrescida da participação da NOVA no consórcio de programas doutorais da região de Lisboa, caso este venha a concretizar-se.

O regulamento do programa deverá prever a possibilidade de se fazer uma UC em qualquer outro departamento da NOVA, desde que autorizada pela Comissão Científica do Programa. A justificação prende-se com o facto de poder ser conveniente para alguns estudantes ter formação em Informática, Biologia, Economia, etc.

9.1. Synthesis of the proposed changes and justification.

In the specialities of algebra, optimization and analysis, six new curricular units were introduced where the department has research with the greatest international impact: derivatives-free optimization, numerical methods for continuous optimization, optimal control of dynamic of fluids, populational dynamics, universal algebra and automatic reasoning.

A new speciality in Statistics and Risk Management was created with the corresponding curricular units that were already in use in the Doctoral Program in Statistics and Risk Management. In addition, 5 of these UCs were reformulated

(Probability Theory: High Dimensionality and Applications, Statistics: High Dimensionality and Applications, Advanced Topics in Statistics, Computational Financial Mathematics and Selected Topics in Multivariate Analysis).

The old Doctoral Program in Statistics and Risk Management was merged as a new branch in the current Doctoral Program in Mathematics so that FCT NOVA, DM has a single Doctoral Program.

This merge was recommended by several different bodies (chiefly A3ES and Fundação para a Ciência e Tecnologia; in the latter case the call was even to a merge of PhD programs in the Lisbon region and a fortiori within DM / FCT NOVA), but was motivated also for scientific reasons (the increasingly interdisciplinary nature of research in mathematics), to give a signal to the doctoral students of the growing interdisciplinarity of top-level research in mathematics, and by human resource management. In addition, this junction will allow better coordination of NOVA's doctoral offer, more interdisciplinary training (curricular units of interest to students in different fields), with added value for NOVA's participation in the consortium of doctoral programs of the Lisbon region, if this will be the case.

The rules of this program must provide the possibility of taking a curricular unit in any other NOVA department, as long as authorized by the Scientific Committee of the Program. The justification is that it might be convenient for some students to be trained in computer science, biology, economics, etc.

9.2. Nova estrutura curricular pretendida (apenas os percursos em que são propostas alterações)

9.2. Especialidade em Álgebra e Lógica

9.2.1. Ramo, opção, perfil, maior/menor ou outra (se aplicável):

Especialidade em Álgebra e Lógica

9.2.1. Branch, option, profile, major/minor or other (if applicable).

Specialty in Algebra and Logic

9.2.2. Áreas científicas e créditos necessários à obtenção do grau / Scientific areas and number of credits to award the degree

Área Científica / Scientific Area	Sigla / Acronym	ECTS Obrigatórios / Mandatory ECTS	ECTS Optativos / Optional ECTS*	Observações / Observations
Álgebra e Lógica / Algebra and Logic	AL	153	0	
Matemática / Mathematics	M	0	27	
(2 Items)		153	27	

9.2. Especialidade em Análise e Geometria

9.2.1. Ramo, opção, perfil, maior/menor ou outra (se aplicável):

Especialidade em Análise e Geometria

9.2.1. Branch, option, profile, major/minor or other (if applicable).

Specialty in Analysis and Geometry

9.2.2. Áreas científicas e créditos necessários à obtenção do grau / Scientific areas and number of credits to award the degree

Área Científica / Scientific Area	Sigla / Acronym	ECTS Obrigatórios / Mandatory ECTS	ECTS Optativos / Optional ECTS*	Observações / Observations
Análise e Geometria / Analysis and Geometry	AG	153	0	
Matemática / Mathematics	M	0	27	
(2 Items)		153	27	

9.2. Especialidade em Investigação Operacional

9.2.1. Ramo, opção, perfil, maior/menor ou outra (se aplicável):

Especialidade em Investigação Operacional

9.2.1. Branch, option, profile, major/minor or other (if applicable).

Specialty in Operations Research

9.2.2. Áreas científicas e créditos necessários à obtenção do grau / Scientific areas and number of credits to award the degree

Área Científica / Scientific Area	Sigla / Acronym	ECTS Obrigatórios / Mandatory ECTS	ECTS Optativos / Optional ECTS*	Observações / Observations
Investigação Operacional / Operations Research	IO	153	0	
Matemática / Mathematics	M	0	27	
(2 Items)		153	27	

9.2. Especialidade em Estatística e Gestão do Risco

9.2.1. Ramo, opção, perfil, maior/menor ou outra (se aplicável):

Especialidade em Estatística e Gestão do Risco

9.2.1. Branch, option, profile, major/minor or other (if applicable).

Specialty in Statistics and Risk Management

9.2.2. Áreas científicas e créditos necessários à obtenção do grau / Scientific areas and number of credits to award the degree

Área Científica / Scientific Area	Sigla / Acronym	ECTS Obrigatórios / Mandatory ECTS	ECTS Optativos / Optional ECTS*	Observações / Observations
Estatística e Gestão do Risco/ Statistics and Risk Management	EGR	153	0	
Matemática / Mathematics	M	0	27	
(2 Items)		153	27	

9.3. Plano de estudos

9.3. Plano de estudos - Especialidade em Álgebra e Lógica - 1.º Ano

9.3.1. Ramo, variante, área de especialização do mestrado ou especialidade do doutoramento (se aplicável):

Especialidade em Álgebra e Lógica

9.3.1. Branch, option, specialization area of the master or speciality of the PhD (if applicable):

Specialty in Algebra and Logic

9.3.2. Ano/semestre/trimestre curricular:

1.º Ano

9.3.2. Curricular year/semester/trimester:

1st Year

9.3.3 Plano de estudos / Study plan

Unidades Curriculares / Curricular Units	Área Científica / Scientific Area (1)	Duração / Duration (2)	Horas Trabalho / Working Hours (3)	Horas Contacto / Contact Hours (4)	ECTS	Observações / Observations (5)
Opção I / Option I	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa/Optional
Opção II / Option II	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa/Optional
Opção III / Option III	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa/Optional
Seminário de Álgebra e Lógica / Algebra and Logic Seminar	AL	Semestre 1	84	S: 14	3	
Tese em Álgebra e Lógica / Thesis in Algebra and Logic	AL	Semestre 2	840	OT: 98	30	
(5 Items)						

9.3. Plano de estudos - Especialidade em Álgebra e Lógica - 1.º Ano - Grupo de Opções I, II e III**9.3.1. Ramo, variante, área de especialização do mestrado ou especialidade do doutoramento (se aplicável):**
*Especialidade em Álgebra e Lógica***9.3.1. Branch, option, specialization area of the master or speciality of the PhD (if applicable):**
*Specialty in Algebra and Logic***9.3.2. Ano/semestre/trimestre curricular:**
*1.º Ano - Grupo de Opções I, II e III***9.3.2. Curricular year/semester/trimester:**
*1st Year - Option Group I, II and III***9.3.3 Plano de estudos / Study plan**

Unidades Curriculares / Curricular Units	Área Científica / Scientific Area (1)	Duração / Duration (2)	Horas Trabalho / Working Hours (3)	Horas Contacto / Contact Hours (4)	ECTS	Observações / Observations (5)
Análise Numérica das Equações Diferenciais com Derivadas Parciais / Numerical Analysis of Partial Differential Equations	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Ciências da Decisão / Decision Sciences	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Complementos de Complexidade Computacional / Complements of Computational Complexity	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Complementos de Equações Diferenciais Ordinárias / Complements of Ordinary Differential Equations	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Complementos de Lógica / Complements of Logic	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Controlo Ótimo da Dinâmica de Fluidos / Optimal Control of Dynamic of Fluids	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Dinâmica Populacional / Populational Dynamics	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Equações Diferenciais Estocásticas / Stochastic Differential Equations	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Métodos Numéricos para Otimização Contínua / Numerical Methods for Continuous Optimization	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Modelação em Investigação Operacional / Modeling in Operations Research	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Otimização Sem Derivadas / Derivative-Free Optimization	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Teoria Combinatória de Grupos / Combinatorial Group Theory	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Teoria de Grafos / Graph Theory	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Teoria de Operadores / Operator Theory	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Álgebra Comutativa e Geometria Algébrica / Topics of Commutative Algebra and Algebraic Geometry	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Álgebra Universal e Dedução Automática / Topics of Universal Algebra and Automatic Deduction	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Análise Avançada / Topics of Advanced Analysis	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Lógica Matemática / Topics of Mathematical Logic	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Otimização Combinatória / Topics of Combinatorial Optimization	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Semigrupos / Topics of Semigroups	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Topologia e Geometria de Variedades / Topics on the Topology and Geometry of Manifolds	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Topologia Geral e Algébrica / Topics of General and Algebraic Topology	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Teoria da Probabilidade: Alta Dimensionalidade e Aplicações / Probability Theory: High Dimensionality and Applications	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Estatística: Alta Dimensionalidade e Aplicações / Statistics: High Dimensionality and Application	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional

Tópicos Avançados de Estatística/Advanced Topics of Statistics	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Matemática Financeira Computacional / Computational Financial Mathematics	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos Seleccionados em Teoria do Risco / Selected Topics in Risk Theory	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Algoritmos Estocásticos / Stochastic Algorithms	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Teoria das Distribuições / Theory of Distributions	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Estatística de Extremos / Statistics of Extremes	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos Seleccionados de Análise Multivariada / Selected Topics of Multivariate Analysis	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Estatística de Processos Estocásticos Actuariais / Statistics of Actuarial Stochastic Process	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional

(32 Items)

9.3. Plano de estudos - Especialidade em Álgebra e Lógica - 2.º e 3.º Ano

9.3.1. Ramo, variante, área de especialização do mestrado ou especialidade do doutoramento (se aplicável):

Especialidade em Álgebra e Lógica

9.3.1. Branch, option, specialization area of the master or speciality of the PhD (if applicable):

Specialty in Algebra and Logic

9.3.2. Ano/semestre/trimestre curricular:

2.º e 3.º Ano

9.3.2. Curricular year/semester/trimester:

2nd and 3rd Year

9.3.3 Plano de estudos / Study plan

Unidades Curriculares / Curricular Units	Área Científica / Scientific Area (1)	Duração / Duration (2)	Horas Trabalho / Working Hours (3)	Horas Contacto / Contact Hours (4)	ECTS	Observações / Observations (5)
Tese de Álgebra e Lógica/ Thesis in Algebra and Logic	AL	Bianual / Biennial	3360	OT: 84	120	

(1 Item)

9.3. Plano de estudos - Especialidade em Análise e Geometria - 1.º Ano

9.3.1. Ramo, variante, área de especialização do mestrado ou especialidade do doutoramento (se aplicável):

Especialidade em Análise e Geometria

9.3.1. Branch, option, specialization area of the master or speciality of the PhD (if applicable):

Specialty in Analysis and Geometry

9.3.2. Ano/semestre/trimestre curricular:

1.º Ano

9.3.2. Curricular year/semester/trimester:

1st Year

9.3.3 Plano de estudos / Study plan

Unidades Curriculares / Curricular Units	Área Científica / Scientific Area (1)	Duração / Duration (2)	Horas Trabalho / Working Hours (3)	Horas Contacto / Contact Hours (4)	ECTS	Observações / Observations (5)
Opção I / Option I	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Opção II / Option II	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional

Opção III / Option III	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optional Optativa / Optional
Seminário de Análise e Geometria / Analysis and Geometry Seminar	AG	Semestre 1	84	S: 14	3	
Tese em Análise e Geometria / Thesis in Analysis and Geometry (5 Items)	AG	Semestre 2	840	OT: 98	30	

9.3. Plano de estudos - Especialidade em Análise e Geometria - 1.º Ano - Grupo de Opções I, II e III

9.3.1. Ramo, variante, área de especialização do mestrado ou especialidade do doutoramento (se aplicável):

Especialidade em Análise e Geometria

9.3.1. Branch, option, specialization area of the master or speciality of the PhD (if applicable):

Specialty in Analysis and Geometry

9.3.2. Ano/semestre/trimestre curricular:

1.º Ano - Grupo de Opções I, II e III

9.3.2. Curricular year/semester/trimester:

1st Year - Option Group I, II and III

9.3.3 Plano de estudos / Study plan

Unidades Curriculares / Curricular Units	Área Científica / Scientific Area (1)	Duração / Duration (2)	Horas Trabalho / Working Hours (3)	Horas Contacto / Contact Hours (4)	ECTS	Observações / Observations (5)
Análise Numérica das Equações Diferenciais com Derivadas Parciais / Numerical Analysis of Partial Differential Equations	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Ciências da Decisão / Decision Sciences	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Complementos de Complexidade Computacional / Complements of Computational Complexity	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Complementos de Equações Diferenciais Ordinárias / Complements of Ordinary Differential Equations	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Complementos de Lógica / Complements of Logic	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Controlo Ótimo da Dinâmica de Fluidos/ Optimal Control of Dynamic of Fluids	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Dinâmica Populacional / Populational Dynamics	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Equações Diferenciais Estocásticas / Stochastic Differential Equations	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Métodos Numéricos para Otimização Contínua/ Numerical Methods for Continuous Optimization	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Modelação em Investigação Operacional / Modeling in Operations Research	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Otimização Sem Derivadas / Derivative-Free Optimization	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Teoria Combinatória de Grupos / Combinatorial Group Theory	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Teoria de Grafos / Graph Theory	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Teoria de Operadores / Operator Theory	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Álgebra Comutativa e Geometria Algébrica / Topics of Commutative Algebra and Algebraic Geometry	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Álgebra Universal e Dedução Automática / Topics of Universal Algebra and Automatic Deduction	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Análise Avançada / Topics of Advanced Analysis	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Lógica Matemática / Topics of Mathematical Logic	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Otimização Combinatória / Topics of Combinatorial Optimization	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional

Tópicos de Semigrupos / Topics of Semigroups	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Topologia e Geometria de Variedades / Topics on the Topology and Geometry of Manifolds	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Topologia Geral e Algébrica / Topics of General and Algebraic Topology	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Teoria da Probabilidade: Alta Dimensionalidade e Aplicações/Probability Theory: High Dimensionality and Applications	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Estatística: Alta Dimensionalidade e Aplicações/Statistics: High Dimensionality and Application	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos Avançados de Estatística/Advanced Topics of Statistics	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Matemática Financeira Computacional / Computational Financial Mathematics	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos Seleccionados em Teoria do Risco / Selected Topics in Risk Theory	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Algoritmos Estocásticos / Stochastic Algorithms	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Teoria das Distribuições / Theory of Distributions	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Estatística de Extremos / Statistics of Extremes	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos Seleccionados de Análise Multivariada / Selected Topics of Multivariate Analysis	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Estatística de Processos Estocásticos Actuariais / Statistics of Actuarial Stochastic Process	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional

(32 Items)

9.3. Plano de estudos - Especialidade em Análise e Geometria - 2.º e 3.º Ano

9.3.1. Ramo, variante, área de especialização do mestrado ou especialidade do doutoramento (se aplicável):

Especialidade em Análise e Geometria

9.3.1. Branch, option, specialization area of the master or speciality of the PhD (if applicable):

Specialty in Analysis and Geometry

9.3.2. Ano/semestre/trimestre curricular:

2.º e 3.º Ano

9.3.2. Curricular year/semester/trimester:

2nd and 3rd Year

9.3.3 Plano de estudos / Study plan

Unidades Curriculares / Curricular Units	Área Científica / Scientific Area (1)	Duração / Duration (2)	Horas Trabalho / Working Hours (3)	Horas Contacto / Contact Hours (4)	ECTS	Observações / Observations (5)
Tese em Análise e Geometria / Thesis in Analysis and Geometry	AG	Bianual / Biennial	3360	OT: 84	120	

(1 Item)

9.3. Plano de estudos - Especialidade em Investigação Operacional - 1.º Ano

9.3.1. Ramo, variante, área de especialização do mestrado ou especialidade do doutoramento (se aplicável):

Especialidade em Investigação Operacional

9.3.1. Branch, option, specialization area of the master or speciality of the PhD (if applicable):

Specialty in Operations Research

9.3.2. Ano/semestre/trimestre curricular:

1.º Ano

9.3.2. Curricular year/semester/trimester:*1st Year***9.3.3 Plano de estudos / Study plan**

Unidades Curriculares / Curricular Units	Área Científica / Scientific Area (1)	Duração / Duration (2)	Horas Trabalho / Working Hours (3)	Horas Contacto / Contact Hours (4)	ECTS	Observações / Observations (5)
Opção I / Option I	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Opção II / Option II	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Opção III / Option III	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Seminário de Investigação Operacional / Operations Research Seminar	IO	Semestre 1	84	S: 14	3	
Tese em Investigação Operacional / Thesis in Operations Research	IO	Semestre 2	840	OT: 98	30	

(5 Items)

9.3. Plano de estudos - Especialidade em Investigação Operacional - 1.º Ano- Grupo de Opções I, II e III**9.3.1. Ramo, variante, área de especialização do mestrado ou especialidade do doutoramento (se aplicável):***Especialidade em Investigação Operacional***9.3.1. Branch, option, specialization area of the master or speciality of the PhD (if applicable):***Specialty in Operations Research***9.3.2. Ano/semestre/trimestre curricular:***1.º Ano- Grupo de Opções I, II e III***9.3.2. Curricular year/semester/trimester:***1st Year - Option Group I, II and III***9.3.3 Plano de estudos / Study plan**

Unidades Curriculares / Curricular Units	Área Científica / Scientific Area (1)	Duração / Duration (2)	Horas Trabalho / Working Hours (3)	Horas Contacto / Contact Hours (4)	ECTS	Observações / Observations (5)
Análise Numérica das Equações Diferenciais com Derivadas Parciais / Numerical Analysis of Partial Differential Equations	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Ciências da Decisão / Decision Sciences	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Complementos de Complexidade Computacional / Complements of Computational Complexity	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Complementos de Equações Diferenciais Ordinárias / Complements of Ordinary Differential Equations	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Complementos de Lógica / Complements of Logic	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Controlo Ótimo da Dinâmica de Fluidos / Optimal Control of Dynamic of Fluids	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Dinâmica Populacional / Populational Dynamics	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Equações Diferenciais Estocásticas / Stochastic Differential Equations	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Métodos Numéricos para Otimização Contínua / Numerical Methods for Continuous Optimization	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Modelação em Investigação Operacional / Modeling in Operations Research	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Otimização Sem Derivadas / Derivative-Free Optimization	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Teoria Combinatória de Grupos / Combinatorial Group Theory	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Teoria de Grafos / Graph Theory	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional

Teoria de Grafos / Graph Theory	Teoria de Operadores / Operator Theory	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Álgebra Comutativa e Geometria Algébrica / Topics of Commutative Algebra and Algebraic Geometry		M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Álgebra Universal e Dedução Automática / Topics of Universal Algebra and Automatic Deduction		M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Análise Avançada / Topics of Advanced Analysis		M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Lógica Matemática / Topics of Mathematical Logic		M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Otimização Combinatória / Topics of Combinatorial Optimization		M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Semigrupos / Topics of Semigroups		M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Semigrupos / Topics of Semigroups	Tópicos de Topologia e Geometria de Variedades / Topics on the Topology and Geometry of Manifolds	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Topologia Geral e Algébrica / Topics of General and Algebraic Topology		M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Teoria da Probabilidade: Alta Dimensionalidade e Aplicações/Probability Theory: High Dimensionality and Applications		M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Estatística: Alta Dimensionalidade e Aplicações/Statistics: High Dimensionality and Application		M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos Avançados de Estatística/Advanced Topics of Statistics		M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Matemática Financeira Computacional / Computational Financial Mathematics		M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos Seleccionados em Teoria do Risco / Selected Topics in Risk Theory		M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Algoritmos Estocásticos / Stochastic Algorithms		M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Teoria das Distribuições / Theory of Distributions		M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Estatística de Extremos / Statistics of Extremes		M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos Seleccionados de Análise Multivariada / Selected Topics of Multivariate Analysis		M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Estatística de Processos Estocásticos Actuarias / Statistics of Actuarial Stochastic Process		M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional

(32 Items)**9.3. Plano de estudos - Especialidade em Investigação Operacional - 2.º e 3.º Ano****9.3.1. Ramo, variante, área de especialização do mestrado ou especialidade do doutoramento (se aplicável):***Especialidade em Investigação Operacional***9.3.1. Branch, option, specialization area of the master or speciality of the PhD (if applicable):***Specialty in Operations Research***9.3.2. Ano/semestre/trimestre curricular:***2.º e 3.º Ano***9.3.2. Curricular year/semester/trimester:***2nd and 3rd Year***9.3.3 Plano de estudos / Study plan**

Unidades Curriculares / Curricular Units	Área Científica / Scientific Area (1)	Duração / Duration (2)	Horas Trabalho / Working Hours (3)	Horas Contacto / Contact Hours (4)	ECTS	Observações / Observations (5)
Tese em Investigação Operacional / Thesis in Operations Research	IO	Bianual / Biennial	3360	OT: 84	120	

(1 Item)**9.3. Plano de estudos - Especialidade em Estatística e Gestão do Risco - 1.º Ano**

9.3.1. Ramo, variante, área de especialização do mestrado ou especialidade do doutoramento (se aplicável):
Especialidade em Estatística e Gestão do Risco

9.3.1. Branch, option, specialization area of the master or speciality of the PhD (if applicable):
Specialty in Statistics and Risk Management

9.3.2. Ano/semestre/trimestre curricular:
1.º Ano

9.3.2. Curricular year/semester/trimester:
1st Year

9.3.3 Plano de estudos / Study plan

Unidades Curriculares / Curricular Units	Área Científica / Scientific Area (1)	Duração / Duration (2)	Horas Trabalho / Working Hours (3)	Horas Contacto / Contact Hours (4)	ECTS	Observações / Observations (5)
Opção I / Option I	M	Semestre 1	252	TP:56	9	Optativa / Optional
Opção II / Option II	M	Semestre 1	252	TP:56	9	Optativa / Optional
Opção III / Option III	M	Semestre 1	252	TP:56	9	Optativa / Optional
Seminário em Estatística e Gestão do Risco / Statistics and Risk Management Seminar	EGR	Semestre 1	84	S:14	3	
Tese em Estatística e Gestão do Risco / Thesis in Statistics and Risk Management	EGR	Semestre 2	840	OT:98	30	

(5 Items)

9.3. Plano de estudos - Especialidade em Estatística e Gestão do Risco - 1.º Ano - Grupo de Opções I, II e III

9.3.1. Ramo, variante, área de especialização do mestrado ou especialidade do doutoramento (se aplicável):
Especialidade em Estatística e Gestão do Risco

9.3.1. Branch, option, specialization area of the master or speciality of the PhD (if applicable):
Specialty in Statistics and Risk Management

9.3.2. Ano/semestre/trimestre curricular:
1.º Ano - Grupo de Opções I, II e III

9.3.2. Curricular year/semester/trimester:
1st Year - Option Group I, II and III

9.3.3 Plano de estudos / Study plan

Unidades Curriculares / Curricular Units	Área Científica / Scientific Area (1)	Duração / Duration (2)	Horas Trabalho / Working Hours (3)	Horas Contacto / Contact Hours (4)	ECTS	Observações / Observations (5)
Análise Numérica das Equações Diferenciais com Derivadas Parciais / Numerical Analysis of Partial Differential Equations	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Ciências da Decisão / Decision Sciences	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Complementos de Complexidade Computacional / Complements of Computational Complexity	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Complementos de Equações Diferenciais Ordinárias / Complements of Ordinary Differential Equations	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Complementos de Lógica / Complements of Logica	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Controlo Ótimo da Dinâmica de Fluidos/ Optimal Control of Dynamic of Fluids	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Dinâmica Populacional / Populational Dynamics	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional

Equações Diferenciais Estocásticas / Stochastic Differential Equations	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Métodos Numéricos para otimização contínua/ Numerical Methods for Continuous Optimization	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Modelação em Investigação Operacional / Modeling in Operations Research	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Otimização Sem Derivadas /Derivative-Free Optimization	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Teoria Combinatória de Grupos / Combinatorial Group Theory	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Teoria de Grafos / Graph Theory	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Teoria de Operadores / Operator Theory	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Álgebra Comutativa e Geometria Algébrica / Topics of Commutative Algebra and Algebraic Geometry	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Álgebra Universal e Dedução Automática / Topics of Universal Algebra and Automatic Deduction	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Análise Avançada / Topics of Advanced Analysis	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Lógica Matemática / Topics of Mathematical Logic	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Otimização Combinatória / Topics of Combinatorial Optimization	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Semigrupos / Topics of Semigroups	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Topologia e Geometria de Variedades / Topics on the Topology and Geometry of Manifolds	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos de Topologia Geral e Algébrica / Topics of General and Algebraic Topology	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Teoria da Probabilidade: Alta Dimensionalidade e Aplicações/Probability Theory: High Dimensionality and Applications	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Estatística: Alta Dimensionalidade e Aplicações/Statistics: High Dimensionality and Application	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos Avançados de Estatística/Advanced Topics of Statistics	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Matemática Financeira Computacional / Computational Financial Mathematics	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos Seleccionados em Teoria do Risco / Selected Topics in Risk Theory	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Algoritmos Estocásticos / Stochastic Algorithms	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Teoria das Distribuições / Theory of Distributions	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Estatística de Extremos / Statistics of Extremes	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Tópicos Seleccionados de Análise Multivariada / Selected Topics of Multivariate Analysis	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional
Estatística de Processos Estocásticos Actuarias / Statistics of Actuarial Stochastic Process	M	Semestre 1	252	TP: 56	9	Optativa / Optional

(32 Items)**9.3. Plano de estudos - Especialidade em Estatística e Gestão do Risco - 2.º e 3.º Ano****9.3.1. Ramo, variante, área de especialização do mestrado ou especialidade do doutoramento (se aplicável):***Especialidade em Estatística e Gestão do Risco***9.3.1. Branch, option, specialization area of the master or speciality of the PhD (if applicable):***Specialty in Statistics and Risk Management***9.3.2. Ano/semestre/trimestre curricular:***2.º e 3.º Ano***9.3.2. Curricular year/semester/trimester:***2nd and 3rd Year*

9.3.3 Plano de estudos / Study plan

Unidades Curriculares / Curricular Units	Área Científica / Scientific Area (1)	Duração / Duration (2)	Horas Trabalho / Working Hours (3)	Horas Contacto / Contact Hours (4)	ECTS / Observations (5)
Tese em Estatística e Gestão do Risco / Thesis in Statistics and Risk Management (1 Item)	EGR	Anual / Annual	3360	OT: 84	120

9.4. Fichas de Unidade Curricular

Anexo II - Tópicos de Álgebra Universal e Dedução Automática

9.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Tópicos de Álgebra Universal e Dedução Automática

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Topics of Universal Algebra and Automatic Deduction

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:

Semestral / Semester

9.4.1.4. Horas de trabalho:

252

9.4.1.5. Horas de contacto:

TP:56

9.4.1.6. ECTS:

9

9.4.1.7. Observações:

<sem resposta>

9.4.1.7. Observations:

<no answer>

9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):

João Jorge Ribeiro Soares Gonçalves de Araújo - TP:56h

9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:

<sem resposta>

9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Compreender, aplicar e trabalhar com conceitos e resultados de álgebra universal.

Domínio dos conceitos fundamentais dos sistemas de reescrita, tais como os de terminação e confluência.

Saber provar os resultados básicos da teoria de sistemas de reescrita, entre os quais o teorema dos pares críticos.

Saber aplicar os resultados fundamentais da teoria em bases de Gröbner.

Reconhecer e aplicar os conceitos em sistemas computacionais, como por exemplo na computação algébrica simbólica e na prova automática de teoremas.

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:

Understand, apply and work with concepts and results of universal algebra.

Mastery of the fundamental concepts of rewriting systems such as termination and confluence.

Know how to prove the basic results of the theory of rewriting systems, including the critical pair theorem.

Know how to apply the fundamental results of Gröbner's theory on bases.

Recognize and apply the concepts in computational systems, such as symbolic algebraic computation and automatic proof of theorems.

9.4.5. Conteúdos programáticos:

O objetivo é lecionar conceitos de entre os seguintes:

1. Sistemas Abstratos de Redução

- a. Equivalência e redução
- b. Indução bem-fundada
- c. Terminação

d. Ordens lexicográficas**2. Elementos de Álgebra Universal (teoremas de Tarski e de Birkhoff).****3. Sistemas de Reescrita de Termos**

- a. Problemas equacionais
- b. Sistemas de reescrita de termos
- c. Terminação: ordens de redução, o método de interpretação e ordens de simplificação
- d. Confluência: pares críticos.
- e. Completude: o procedimento de Knuth--Bendix

4. Bases de Gröbner e Algoritmo de Buchberger**5. Dedução Automática**

- a. Demonstradores automáticos
- b. Transformação de provas
- c. Construção de modelos

6. Grupos de permutações e semigrupos de transformações assistido por computação simbólica.**9.4.5. Syllabus:**

The topics taught will be taken from the following list:

1. Abstract deduction systems**2. Universal algebra****3. Term rewriting systems****4. Gröbner bases****5. Automated theorem proving****6. Symbolic computation (eg, GAP & MAGMA) in permutation groups and transformation semigroups.****9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**

Os tópicos apresentados no programa seguem de perto os objetivos estabelecidos no concerne aos temas e aos resultados a desenvolver. Em qualquer um dos tópicos do conteúdo programático serão apresentados vários exemplos ilustrativos, de forma a permitir que o aluno desenvolva a capacidade de compreender os diferentes conceitos. As sessões de exercícios permitirão que o aluno desenvolva a análise crítica de problemas e as suas capacidades de comunicação matemática.

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

The topics presented in the program closely follow the objectives set regarding the themes and results to be developed. In any of the topics of the syllabus several illustrative examples will be presented to enable the student to develop the ability to understand the different concepts. Exercise sessions will enable the student to develop critical problem analysis and his mathematical communication skills.

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Nas aulas teórico-práticas é lecionada a matéria definida no programa, que é ilustrada com exemplos. São disponibilizadas, atempadamente, folhas de exercícios. Estes destinam-se a serem resolvidos pelos alunos quer nas aulas quer como trabalho fora de aula. Quaisquer dúvidas são esclarecidas no decorrer das aulas, nas sessões semanais destinadas ao atendimento dos estudantes ou ainda em sessões combinadas diretamente entre aluno e professor.

A avaliação desta UC terá dois parâmetros:

- 1. Avaliação da resolução dos exercícios propostos periodicamente pelo docente. O professor, aquando da correção dos exercícios, efetuará comentários que permitirão que o aluno aperfeiçoe a sua resolução. Este parâmetro corresponderá a 50% da avaliação final;**
- 2. Realização de um exame escrito que corresponderá a 50% da avaliação final.**

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

There are classes in which theory is lectured and illustrated by examples. There are also problem-solving sessions. Some exercises are left to the students to be solved on their own as part of their learning process. Students can ask questions during the classes, in weekly scheduled sessions or in special sessions accorded directly with the professor.

The evaluation of this course will have two parameters:

- 1. Evaluation of the solutions of the exercises proposed periodically by the teacher. The teacher, when correcting the exercises, will make comments that will allow the student to improve their resolution. This parameter will correspond to 50% of the final evaluation;**
- 2. A written exam that will correspond to 50% of the final evaluation.**

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

A diversidade de metodologias propostas tem por objetivo a aquisição pelos estudantes de diferentes competências. As aulas teórico-práticas, com a explanação dos conteúdos, acompanhados por vários exemplos, permitem uma melhor e mais rápida apreensão dos conceitos teóricos. A discussão dos exercícios propostos, em grupo ou com o auxílio do docente, é uma prática pedagógica que tem por objetivo estimular a capacidade crítica dos alunos e incentivar os estudantes para o estudo sistemático dos conteúdos ao longo do semestre. Neste sentido, propomos um elevado número de horas em trabalho individual de modo a permitir o tempo necessário de reflexão e consequente desenvolvimento da autonomia do aluno.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

The diversity of methodologies proposed aims at the acquisition by students of different skills. The practical classes, with the explanation of the contents, accompanied by several examples, allow a better and faster understanding of the theoretical concepts. The discussion of the proposed exercises, in group or with the help of the teacher, is a pedagogical practice that aims to stimulate the students' critical capacity and encourage students to systematically study the contents throughout the semester. In this sense, we propose a large number of hours in individual work in order to allow the necessary time for reflection and consequent development of student autonomy.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- Franz Baader and Tobias Nipkow. *Term Rewriting and All That*. Cambridge University Press, 1998.
- S. Burris and H. P. Sankappanavar, *A Course in Universal Algebra*, Springer, 1981.
- GAP tutorial. <https://www.gap-system.org/Manuals/doc/tut/chap0.html> <http://proverx.com/login.php>
- www.ProverX.com

Anexo II - Análise Numérica das Equações Diferenciais com Derivadas Parciais**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

Análise Numérica das Equações Diferenciais com Derivadas Parciais

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Numerical Analysis of Partial Differential Equations

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:

Semestral / Semester

9.4.1.4. Horas de trabalho:

252

9.4.1.5. Horas de contacto:

TP:56

9.4.1.6. ECTS:

9

9.4.1.7. Observações:

Optativa

9.4.1.7. Observations:

Optional

9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):

Luís Manuel Trabucho de Campos – TP:19h

9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:

Ana Margarida Fernandes Ribeiro - TP:19h

Magda Stela de Jesus Rebelo - TP:18h

9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

No final desta unidade curricular o estudante terá adquirido conhecimentos, aptidões e competências básicas na área da análise numérica das equações diferenciais com derivadas parciais que lhe permitam:

- Compreender conteúdos mais avançados na área (incluindo os Métodos de Diferenças Finitas para problemas elípticos, parabólicos e hiperbólicos, assim como o Método dos Elementos Finitos para os problemas elípticos);
- Ser capaz de iniciar investigação num tópico da área.

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:

At the end of this course students will have acquired basic knowledge and skills in the area of numerical analysis of partial differential equations of in order to:

- *Understand advanced contents in the area (including Finite Difference Methods for elliptic, parabolic and hyperbolic problems, as well as the finite element method for elliptic problems);*
- *Being able to start research on a topic in the area.*

9.4.5. Conteúdos programáticos:

1. *Função de Green. Método das Diferenças Finitas para problemas elípticos. Método das Diferenças Finitas para problemas parabólicos e hiperbólicos. Métodos explícitos e implícitos. Método de Crank-Nicholson. Estabilidade. Convergência.*
2. *Método dos Elementos Finitos para problemas elípticos. Bases, matriz e vectores globais. Cálculo da solução e da derivada. Ordem de convergência da derivada em diferentes pontos de cada intervalo da partição. Elemento finito. Bases locais. Matrizes e vectores do elemento. Matrizes e vectores globais. Condições de fronteira de Dirichlet, Neumann e mistas. Elementos quadráticos e cúbicos.*
3. *Método dos Elementos Finitos para problemas bidimensionais. Elementos finitos triangulares e rectangulares. Matrizes e vectores do elemento. Matrizes e vectores globais. Elemento finito de referência.*
4. *Estimativas do erro clássicas.*
5. *Estimativas do erro, para o Método dos Elementos Finitos, para problemas elípticos, em espaços de Hilbert. Método de Aubin-Nitsche.*

9.4.5. Syllabus:

1. *Green's function. Finite Difference Method for elliptic problems. Finite Difference Method for parabolic and hyperbolic problems. Explicit and implicit methods. Crank-Nicholson method. Stability. Convergence.*
2. *Finite Element Method for elliptic problems. Bases, matrix and global vectors. Calculation of the solution and its derivative. Convergence order of the derivative at different points of each interval of the partition. Finite element. Local bases. Matrices and vectors of the element. Global matrices and vectors. Boundary conditions of Dirichlet, Neumann and mixed type. Quadratic and cubic elements.*
3. *Finite element method for two-dimensional problems. Triangular and rectangular finite elements. Matrices and vectors of the element. Global matrices and vectors. Reference finite element.*
4. *Classic error estimates.*
5. *Error estimates for the finite element method for elliptic problems in Hilbert spaces. Aubin-Nitsche's method.*

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

Os conteúdos programáticos percorrem todos os aspectos referidos nos conteúdos da UC e são, na nossa opinião, suficientes para um aluno médio ficar com os conhecimentos base. A partir daqui poderá encetar o estudo aprofundado destes assuntos.

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

We are offering standard material to accomplish the objectives of the course. They are, in our view, sufficient for the average student to learn the basic material. From here he will be able to start the in-depth study of these subjects.

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Aulas teórico-práticas. A avaliação consiste na realização de uma série de problemas que serão propostos ao longo do semestre e para os quais é dado apoio individual, sempre que solicitado. Alternativamente, o aluno poderá optar por realizar trabalhos com a implementação em computador dos métodos estudados.

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

Theoretical-practical classes. The evaluation consists of a series of problems that will be offered throughout the semester for which individual support is given whenever requested. Alternatively, the student may choose to implement, on a computer, the methods studied.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

Trata-se da metodologia usualmente usada para este tipo de disciplina nas mais prestigiadas universidades.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

This is the methodology commonly used for this type of discipline in the most prestigious universities.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- P.G. Ciarlet, The Finite Element Method for Elliptic Problems, North-Holland, Amsterdam, 1978.*
D. Euvrard, Résolution Numérique des Équations aux Dérivées Partielles, 2e edition, Masson, Paris, 1990.

T.J.R. Hughes, The Finite Element Method: Linear, Static and Dynamic Finite Element Analysis, Prentice - Hall, Englewood Cliffs, 1987.

C. Johnson, Numerical Solution of Partial Differential Equations by the Finite Element Method, Cambridge University Press, Cambridge, 1992.

J.T. Oden and G.F. Carey, Finite Elements I: An Introduction (with E.B. Becker); II: A Second Course; III: Computational Aspects; IV: Mathematical Aspects; V: Special Problems in Solid Mechanics; VI: Special Problems in Fluid Mechanics, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1981--1984.

Anexo II - Ciências da Decisão

9.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Ciências da Decisão

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Decision Sciences

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:

Semestral / Semester

9.4.1.4. Horas de trabalho:

252

9.4.1.5. Horas de contacto:

TP:56

9.4.1.6. ECTS:

9

9.4.1.7. Observações:

Optativa

9.4.1.7. Observations:

Optional

9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):

Maria Isabel Azevedo Rodrigues Gomes - TP:19h

9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:

Nelson Fernando Chibeles Pereira Martins - TP:19h

Susana Maria Marques Henriques Botelho Baptista - TP:18h

9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

No final desta unidade curricular o estudante terá adquirido conhecimentos, aptidões e competências que lhe permitam:

- Ser capaz de identificar as diferenças entre decisão em situação de incerteza, de risco, mono-critério e multicritério. Conhecer as principais desvantagens dos métodos quantitativos de apoio à decisão e ser capaz de fazer uma análise crítica das soluções obtidas.*
- Compreender as diferenças entre os paradigmas da optimização mono e multiobjectivo. Conhecer e aplicar diferentes técnicas para a determinação da solução de compromisso.*
- Conhecer conceitos como simulação discreta, entidade, estado, número pseudo-aleatório, réplica, entre outros. Identificar qual método mais adequado para a simulação de diferentes sistemas.*
- Conhecer os conceitos de Data Mining e ser capaz de identificar e aplicar algoritmos adequados a grandes estruturas de dados.*
- Ser capaz de escolher e utilizar ferramentas informáticas adequadas.*

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:

At the end of this course the student will have acquired knowledge, skills and competences to:

- Be able distinguish among decision under uncertainty, risk, mono-criterion and multicriteria. To know the main drawbacks of quantitative methods for decision support and to be able to make a critical analysis of the solutions.*
- Understand the differences between the paradigms of mono and multi-objective optimization. To know and to apply*

techniques for the reach the solution of compromise.

- *Comprehend concepts such as discrete event simulation, entity, state, pseudo-random number, replica, among others. To identify which technique should be use to simulate different and complex systems.*
- *Comprehend the concepts of Data Mining and to be able to identify and apply algorithms to large data structures.*
- *Be able to select and use adequate software.*

9.4.5. Conteúdos programáticos:

(Os tópicos abordados poderão ter algumas variações de ano para ano, adaptando-se ao perfil dos alunos que no ano frequentam a unidade curricular)

- *Tópicos de Decisão Uni-critério e Multi-critério (Decisão em situação de incerteza e risco, árvores de decisão, teoria da utilidade; Modelos multicritério: compensatórios, não-compensatórios e hierárquicos).*
- *Tópicos de Optimização Multi-Objectivo (Dominância e Eficiência; Métodos escalarizantes: Método da soma ponderada agregada; Métodos baseados na distância a um ponto de referência; Método das restrições; Métodos baseados em metas).*
- *Tópicos de Simulação no contexto da tomada de decisão (Simulação em Tempo Discreto vs em Tempo contínuo; Métodos de Geração de números pseudo-aleatórios; Planeamento de experiências e análise estatística de resultados).*
- *Tópicos de Data Mining (conceitos básicos, regras de associação, algoritmos de classificação, detecção de outliers, previsão, análise de resultados).*

9.4.5. Syllabus:

(The particular techniques taught may vary slightly from year to year)

- *Single and multi-criteria decision making (decision under uncertainty and risk; decision trees; utility theory; multi-criteria decision methodologies: compensatory, non-compensatory and hierarchical).*
- *Multiobjective optimization (dominance and efficiency; additive models; weighted vector models; admissible space reduction methods; interactive methods; goal programming).*
- *Simulation (discrete time vs. continuous time simulation; generating pseudo-random numbers; experiment design and output analysis).*
- *Data Mining (clustering, association rules, classification algorithms, outliers detection, prediction, result analysis).*

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

Os conteúdos programáticos foram definidos em coerência com os objectivos e competências a serem atingidos pelos alunos. Os conteúdos programáticos incluem os principais conceitos de Teoria de Decisão, Optimização Multiobjectivo, Simulação e Data Mining.

O recurso a ferramentas informáticas de uso generalizado ou especializado permitirá aos alunos colocar em prática os conteúdos expostos permitindo uma consolidação mais fácil dos mesmos.

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

The syllabus was defined in line with the objectives and competencies to be achieved by students. The syllabus includes the main concepts of Decision Theory, Multiobjective Optimization, Simulation and Data Mining.

The use of computer tools will allow students to put into practice the contents exposed allowing for easier consolidation.

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Os tópicos programáticos serão leccionados em aulas teóricas. A resolução de problemas formativos baseados em problemas reais permitirá aos alunos a consolidação dos conceitos e métodos abordados na aula. As aulas decorrerão em laboratórios informáticos.

A avaliação será composta por um exame final e a realização de um trabalho com apresentação oral.

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

The program topics will be lectured followed by the solving of formative problems based on real world cases. The classes take place in computer labs.

The evaluation will consist of a final exam and an assignment with oral presentation.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

O desenvolvimento das competências cognitivas é facilitado pela exposição participativa e pela resolução de problemas formativos baseados em casos reais. O trabalho (individual ou de grupo) permite desenvolver competências práticas. A apresentação oral desenvolve competências de comunicação.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

The lectures and the solving of problems based on real world cases develop cognitive skills. The home assignment allows the development practical skills. The oral presentation develops communication skills.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

J.Banks et al., Discrete-Event System Simulation, Prentice-Hall, 2004.

J.N.Clímaco, C.H. Antunes, M.J.G.Alves, Programação linear multiobjectivo, Universidade de Coimbra, 2003.

J.Figueira, S.Greco, M.Ehrgott, Multiple Criteria Decision Analysis. State of the Art Surveys, Springer, 2005.
P. Flach, Machine Learning: The Art and Science of Algorithms that Make Sense of Data, Cambridge University Press, 2005.
P.Goodwin, G.Wright, Decision Analysis for Management Judgement, John Wiley & Sons, 2010.
A.M.Law, W.D.Kelton, Simulation Modeling and Analysis, McGraw-Hill, 2007.
R.E.Steuer, Multiple Criteria Optimizations: Theory, Computation, and Application, Krieger Pub Co, 1989.
T.Tanino, T.Tanaka, M.Inuiguchi, Multi-Objective Programming and Goal Programming, Springer, 2003.
G.H.Tzeng, J.J.Huang, Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications, Chapman and Hall, 2011.
I.H.Witten, E.Frank, Data Mining: Practical Machine Learning Tools and Techniques, Morgan Kaufmann, 2011.

Anexo II - Complementos de Equações Diferenciais Ordinárias

9.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Complementos de Equações Diferenciais Ordinárias

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Complements of Ordinary Differential Equations

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:

Semestral / Semester

9.4.1.4. Horas de trabalho:

252

9.4.1.5. Horas de contacto:

TP:56

9.4.1.6. ECTS:

9

9.4.1.7. Observações:

Optativa

9.4.1.7. Observations:

Optional

9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):

Rogério Ferreira Martins – TP:28h

9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:

Paulo José Fernandes Louro Ribeiro Doutor – TP:28h

9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

No final desta unidade curricular o estudante terá adquirido conhecimentos, aptidões e competências que lhe permitam:

- Compreender questões que envolvam: equações e sistemas de EDO's lineares e não lineares, existência e unicidade de solução, geometria relacionada com EDO's, estabilidade local e global e problemas de bifurcação.*
- Ser capaz resolver problemas que envolvam os tópicos anteriores.*
- Conhecer exemplos e aplicações da teoria de EDO's.*

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:

At the end of this course the student will have acquired knowledge, skills and competences to:

- Understand issues involving: equations and systems of ODE's linear and non-linear, existence and uniqueness of solution, geometry related to ODE's, local and global stability, and bifurcation problems.*
- Be able to solve problems involving the previous issues.*
- Know examples and applications of the theory of ODE's.*

9.4.5. Conteúdos programáticos:

Embora em cada ano, dependendo dos interesses dos alunos, se possam fazer ajustes, o programa incide sobre seguintes temas:

Existência, unicidade e extensão de soluções. Geometria de EDO's. Fluxo. Estabilidade e linearização. Método de Lyapunov. Soluções periódicas. Estabilidade de sistemas lineares e não lineares. Desigualdade de Gronwall. Princípio da sobreposição.

Teoria de Floquet. Relações com equações de derivadas parciais. Variedades invariantes. Teorema de Hartman-Grobman. Perturbações. Sistemas forçados. Órbitas homoclinicas. Método de Melnikov. Bifurcações locais e globais. Aplicações clássicas.

De acordo com os interesses dos alunos o curso poderá também ser direccionado para uma aplicações específica, sistemas não-autónomos, variedades invariantes, estabilidade, atractores estranhos, ou outras direcções.

9.4.5. Syllabus:

Although in each year some adjustments can be made, depending on student's interests, the program focuses on the following topics:

Existence, uniqueness and extension solutions. Geometry of ODE's. Flow. Stability and linearization. Method of Lyapunov. Periodic solutions. Stability of linear and non-linear systems. Gronwall inequality. Principle of superposition.

Floquet theory. Relations with partial differential equations. Invariant manifolds. Hartman-Grobman theorem. Perturbations. Forced systems. Homoclinic orbits. Melnikov method. Local and global bifurcations. Classical applications.

According to the interests of the students the course can also be directed to some specific type of applications, non-autonomous systems, invariant manifolds, stability, strange attractors, or other directions.

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

Os conteúdos programáticos que são ilustrativos e permitem que o aluno fique com uma ideia geral de um leque suficientemente alargado de técnicas que estão na base do estudo das EDO's.

Este conjunto base de temas é útil numa grande parte das aplicações das EDO's. Serão apresentadas aplicações clássicas destas teorias a problemas concretos que servirão de referência a outras aplicações que sejam do interesse do aluno.

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

The topics are illustrative and allow the student to grasp a general idea of a sufficiently wide range of techniques that are in the base of the study of ODE's.

This basic set of topics is useful in most applications of ODE's. Classical applications of these theories to practical problems that will serve as reference to other applications that are of interest to the student will be presented.

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Será dado um especial ênfase à geometria e ao lado intuitivo de cada um dos tópicos de forma a que a estrutura matemática fique motivada e seja absorvida de forma sólida e profunda.

As aulas são teórico-práticas, alternando entre partes mais expositivas e outras onde vão ser trabalhados problemas concretos.

A avaliação será feita com base na resolução problemas e na observação do progresso do aluno ao longo do semestre. Em alternativa poderá ser considerada a possibilidade da realização de um exame no final do semestre.

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

There will be a special emphasis on geometry and intuitive side of each topic so that the mathematical structure stay motivated and be grasped in a solid and profound way.

Classes are theoretical-practical, alternating between more expository sessions and other parts where concrete problems will be worked out.

The evaluation is based on problem solving and observation of the student's progress throughout the semester. Alternatively it may be considered the possibility of carrying out an exam at the end of the semester.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

As partes mais expositivas das aulas permitem dar um enfoque nos conceitos e ajudar o aluno a enquadrar as matérias no conjunto de conhecimentos já adquiridos. A resolução de problemas é útil para ilustrar e consolidar conhecimentos. O aluno vai ter oportunidade de resolver exercícios, o que lhe vai permitir perceber que matérias ainda têm de ser trabalhadas.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

The most expository sessions will allow to focus on concepts and help students to insert the topics in the body of knowledge already acquired. The resolution of problems is useful to illustrate and consolidate knowledge. The student will have the opportunity to work through the exercises, which will allow him to clarify what topics should be further studied.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

C. Chicone, Ordinary Differential Equations with Applications, Springer, 2006.

J. Guckenheimer, P. Holmes, Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields, Springer, 1983.

M. Hirsch, S. Smale, R. Devaney, Differential Equations, Dynamical Systems & an Introduction to Chaos, Elsevier, 2004.

L. Perko, Differential Equations and Dynamical Systems, Springer, 1991.

S. Wiggins, Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos, Springer, 2009.

Anexo II - Complementos de Complexidade Computacional**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

Complementos de Complexidade Computacional

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Complements of Computational Complexity

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:

Semestral / Semester

9.4.1.4. Horas de trabalho:

252

9.4.1.5. Horas de contacto:

TP:56

9.4.1.6. ECTS:

9

9.4.1.7. Observações:

Optativa

9.4.1.7. Observations:

Optional

9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):

Isabel Maria Oitavem Fonseca da Rocha Kahle – TP:28h

9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:

Reinhard Josef Klaus Kahle – TP:28h

9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

No final desta unidade curricular o estudante terá adquirido conhecimentos, aptidões e competências avançadas na área de complexidade computacional que lhe permitam:

- Compreender conteúdos avançados na área;*
- Ser capaz de executar investigação num tópico da área.*

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:

At the end of this course students will have acquired advanced knowledge and skills in the area of computational complexity in order to:

- Understand advanced contents in the area;*
- Being able to execute research on a topic in the area.*

9.4.5. Conteúdos programáticos:

Modelos de computação: sequenciais, não-deterministas e paralelos. Classes de complexidade computacional (como FPtime, P, NP, PH, Pspace, FPsace, NC^k, NC, AC^k, AC, Logspace, entre outras). Caracterizações independentes de máquinas: caracterização de Cobham para FPtime, de Thompson para FPsace, de Clote para classes paralelas, etc. Caracterizações implícitas.

9.4.5. Syllabus:

Computation models: sequential, non-deterministic, and parallel. Classes of computational complexity (like FPtime, P, NP, PH, Pspace, FPsace, NC^k, NC, AC^k, AC, Logspace, among others). Machine independent characterizations: Cobham characterization of FPtime, Thompson characterization of FPsace, Clote-Takeuti approach to parallel classes, etc. Implicit characterizations.

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

O conteúdo programático da cadeira é concebido de forma a que, por um lado, os tópicos apresentados sigam a sua ordem natural e, por outro lado, que conduzam aos objetivos da unidade curricular.

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

The syllabus is conceived in a way that, on the one hand, the items of the given programme are in their systematic order, and on the other hand, that they lead in a natural way to the objectives of the lecture course.

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

A metodologia de ensino, incluindo aulas teórico-práticas participadas e trabalho do aluno, segue da tradição bem-sucedida na Matemática no espírito de Felix Klein.

Os alunos poderão obter aprovação à disciplina por meio da realização de provas escritas (testes/trabalhos) ou orais (exames/exposições), a realizar durante o período de aulas. Em alternativa, poderão submeter-se a um exame final que englobe todos os conteúdos da disciplina.

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

The teaching methodology, comprising class-room presentations and work of the student, follows the successful tradition of mathematic teaching in the spirit of Felix Klein.

Students may obtain approval by performing written (tests/assignments) or oral (examinations/seminars) evaluations, to be held during class period. Alternatively, they may present themselves to a final exam that will test all learning goals of the course.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

A combinação de apresentações do professor com trabalho desenvolvido pelo aluno é clássico no ensino matemático e/ou teórico na área da Computação.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

The combination of presentations of the professor with own work by the student is the principal guarantee for the success of mathematical and/or theoretical teaching in the area of Computation.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

*S. Bellantoni, Predicative Recursion and Computational Complexity. Ph. D. Dissertation, University of Toronto, 1993.
S. Buss and P. Scott, Feasible Mathematics, Birkäuser, 1990.
N. Immerman, Descriptive Complexity, Springer, 1999.
C.H. Papadimitriou, Computational Complexity, Addison-Wesley, 1994.*

Anexo II - Complementos de Lógica**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

Complementos de Lógica

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Complements of Logic

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:

Semestral / Semester

9.4.1.4. Horas de trabalho:

252

9.4.1.5. Horas de contacto:

TP:56

9.4.1.6. ECTS:

9

9.4.1.7. Observações:*Optativa***9.4.1.7. Observations:***Optional***9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):***Reinhard Josef Klaus Kahle – TP:28h***9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:***Isabel Maria Oitavem Fonseca da Rocha Kahle – TP:28h***9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):***No final desta unidade curricular o estudante terá adquirido conhecimentos, aptidões e competências avançadas na área de lógica, nomeadamente na teoria de conjuntos, que lhe permitam:*

- *Compreender conteúdos avançados na área;*
- *Ser capaz de executar investigação num tópico da área.*

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:*At the end of this course students will have acquired advanced knowledge and skills in the area of logic, in particular set theory, in order to:*

- *Understand advanced contents in the area;*
- *Being able to execute research on a topic in the area.*

9.4.5. Conteúdos programáticos:*Conjuntos e fundamentos: Paradoxo de Russell. A axiomática de ZFC. Classes vs. conjuntos. Esboço do desenvolvimento da matemática em ZFC. O teorema de Cantor e o teorema de Schröder-Bernstein. A equipotência entre $P(N)$ e o contínuo real. Aritmética cardinal básica. Boas ordens. Indução e recursão transfinita. Conjuntos transitivos. Números ordinais de von Neumann. O colapso duma boa ordem. Aritmética ordinal básica. Formulações equivalentes do axioma de escolha. O Teorema do Ponto Fixo Mínimo de Tarski. Números cardinais como ordinais iniciais. Os números alefes. A hipótese do contínuo. O universo cumulativo. Panorâmica dos resultados de independência e consistência.***9.4.5. Syllabus:***Sets and Foundations: Russell's paradox. The ZFC axiomatization. Classes vs. sets. Sketch of the development of mathematics within ZFC. Cantor's and Schröder-Bernstein Theorem. Equipotence of $P(N)$ and the real numbers. Basic cardinal arithmetic. Well-orderings. Induction and transfinite recursion. Transitive sets. Von-Neumann ordinals. Collaps of a well ordering. Basic ordinal arithmetic. Equivalent formulations of the axiom of choice. Tarski's least fixed point theorem. Cardinals as initial ordinals. Aleph numbers. Continuum Hypothesis. The cumulative universe. Overview of independence and consistency results.***9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular***O conteúdo programático da cadeira é concebido numa forma que, num lado, os tópicos apresentados seguem a sua sucessão sistemática e, noutro lado, que resultam numa forma natural nos objetivos da unidade curricular.***9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.***The syllabus is conceived in a way that, on the one hand, the items of the given programme are in their systematic order, and on the other hand, that they lead in a natural way to the objectives of the lecture course.***9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):***A metodologia de ensino, incluindo aulas teóricas-práticas participadas e trabalho do aluno, segue da tradição bem-sucedida na Matemática no espírito de Felix Klein.*

Os alunos poderão obter aprovação à disciplina por meio da realização de provas escritas (testes/trabalhos) ou orais (exames/exposições), a realizar durante o período de aulas. Em alternativa, poderão submeter-se a um exame final que englobe todos os conteúdos da disciplina.

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

The teaching methodology, comprising class-room presentations and work of the student, follows the successful tradition of mathematic teaching in the spirit of Felix Klein.

Students may obtain approval by performing written (tests/assignments) or oral (examinations/seminars) evaluations, to be held during class period. Alternatively, they may present themselves to a final exam that will test all learning goals of the course.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

A combinação de apresentações do professor com trabalho próprio do aluno a garantia principal para o sucesso de ensino matemático.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

The combination of presentations of the professor with own work by the student is the principal guarantee for the success of mathematical teaching.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

A. J. Franco de Oliveira, Teoria dos Conjuntos, Intuitiva e Axiomática (ZFC), Escolar Editora, 1982.

K. Hrbacek and T. Jech, Introduction to Set Theory, Marcel Dekker, 1999.

Y. Moschovakis, Notes on Set Theory, Springer, 2nd edition, 2005.

Anexo II - Equações Diferenciais Estocásticas

9.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Equações Diferenciais Estocásticas

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Stochastic Differential Equations

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:

Semestral / Semester

9.4.1.4. Horas de trabalho:

252

9.4.1.5. Horas de contacto:

TP:56

9.4.1.6. ECTS:

9

9.4.1.7. Observações:

Optativa

9.4.1.7. Observations:

Optional

9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):

Maria Fernanda Almeida Cipriano Salvador Marques – TP:56h

9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:

<sem resposta>

9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

No final desta unidade curricular o estudante terá adquirido conhecimentos, aptidões e competências básicas na área das equações diferenciais estocásticas que lhe permitam:

- *Compreender conteúdos mais avançados na área;*
- *Ser capaz de iniciar um trabalho de investigação na área.*

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:

At the end of this course students will have acquired basic knowledge and skills in the area of stochastic differential equations in order to:

- *Understand advanced contents in the area;*
- *Being able to start a research work in the area.*

9.4.5. Conteúdos programáticos:

1. *Movimento Browniano- Integral de Wiener- Esperança condicionada - Martingalas*
2. *Integral Estocástico*
3. *Formula de Itô*
4. *Aplicações da fórmula de Itô- Transformação de medidas de probabilidade -Teorema de Girsanov*
5. *Equações diferenciais estocásticas- Teoremas de existência e unicidade - Propriedade de Markov -Processos de difusão - Semigrupos e equações de Kolmogorov*
6. *Equações diferenciais estocásticas lineares - Fórmula de Feynman-Kac*

9.4.5. Syllabus:

1. *Brownian Motion- Wiener integral- Conditional expectation- Martingales*
2. *Stochastic integrals*
3. *Itô formula*
4. *Applications of the Itô Formula- Exponential process- Transformation of probability measures - Girsanov theorem*
5. *Stochastic Differential equations-Existence and uniqueness-Markov property-Diffusion processes - Semigroups and Kolmogorov equations*
6. *Linear stochastic differential equations - Feynman-Kac Formula*

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

Para que todos os objetivos referidos sejam alcançados é necessário o conteúdo programático referido. Por outro lado, as matérias contidas no conteúdo programático são suficientes para que o aluno cumpra todos os objetivos.

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

For all these purpose to be achieved it is necessary the program content. On the other hand, the materials contained in the syllabus are sufficient so that the student meets all objectives.

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

O ensino consiste na lecionação de aulas teórico-práticas, onde é apresentada e explicada toda a matéria referida nos conteúdos programáticos.

Os alunos poderão obter aprovação à disciplina por meio da realização de provas escritas (testes/trabalhos) ou orais (exames/exposições), a realizar durante o período de aulas. Em alternativa, poderão submeter-se a um exame final que englobe todos os conteúdos da disciplina.

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

The professor gives the course by lectures, where he explains all topics referred to in the syllabus.

Students may obtain approval by performing written (tests/assignments) or oral (examinations/seminars) evaluations, to be held during class period. Alternatively, they may present themselves to a final exam that will test all learning goals of the course.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

Os métodos de ensino apresentados permitem aos alunos apreender todos os conteúdos programáticos. Visam uma profunda compreensão das noções teóricas e suas aplicações nomeadamente através da resolução de problemas. Assim, os estudantes ficam aptos para atingir todos os objetivos.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

The teaching methods presented allow students to understand all the contents. The aim of these methods is to provide a deep understanding of theoretical concepts and their applications namely through clear expositions of the theoretical concepts and their application solving problem. Thus, the students are able to achieve all objectives.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- A. *Friedman, Stochastic Differential Equations and Applications, volume 1, Academic Press 1975.*
- Hui Hsiung Kuo, *Introduction to Stochastic Integration, Springer, 2006.*

P. Malliavin, Integration and Probability, Springer, 1995.

Anexo II - Métodos Numéricos para Otimização Contínua

9.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Métodos Numéricos para Otimização Contínua

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Numerical Methods for Continuous Optimization

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:

Semestral / Semester

9.4.1.4. Horas de trabalho:

252

9.4.1.5. Horas de contacto:

TP:56

9.4.1.6. ECTS:

9

9.4.1.7. Observações:

Optativa

9.4.1.7. Observations:

Optional

9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):

Marcos Raydan - 56h

9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:

<sem resposta>

9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

No final desta unidade curricular o estudante terá adquirido conhecimentos, aptidões e competências que lhe permitem abordar diferentes problemas de otimização contínua.

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:

Development of knowledge, skills and competences to address a wide variety of nonlinear continuous optimization problems.

9.4.5. Conteúdos programáticos:

- 1. Otimização sem restrições (convexidade e condições de otimalidade). Métodos gerais de descida. Métodos baseados no gradiente e na direção de Newton. Métodos de quasi-Newton.*
- 2. Técnicas de globalização para ótimos locais. Procura unidirecional e estratégias baseadas em regiões de confiança.*
- 3. Problemas de mínimos quadrados não lineares e regularização.*
- 4. Otimização convexa com restrições (condições de otimalidade). Projeções em conjuntos convexos. Métodos de gradiente projetado e métodos de gradiente condicional.*
- 5. Otimização geral com restrições (condições de otimalidade). Métodos de penalidade, barreira e Lagrangeano aumentado. Métodos de programação sequencial quadrática.*

9.4.5. Syllabus:

- 1. Unconstrained optimization (convexity and optimality conditions). General descent methods. Gradient-type and Newton-type methods. Quasi-Newton methods.*
- 2. Globalization techniques for local optima. Line search and trust region strategies.*
- 3. Nonlinear least-squares problems and regularization.*
- 4. Convex constrained optimization (optimality conditions). Projecting on convex sets.*

Gradient projection methods and conditional gradient method.

5. General constrained optimization (optimality conditions). Penalty, barrier, and augmented Lagrangian methods. Sequential quadratic programming (SQP) methods.

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

As condições de otimalidade têm um papel chave em otimização, quer na identificação de pontos ótimos, quer na definição da estrutura dos algoritmos usados na sua determinação. Este tópico será tratado com particular cuidado durante todo o programa. A primeira e segunda partes do programa focam-se em técnicas usadas na resolução de problemas de otimização sem restrições. Contudo, estes métodos estarão também na base de técnicas mais sofisticadas usadas em otimização com restrições (Partes 4 e 5). A terceira parte é dedicada ao tópico específico e muito relevante de problemas de mínimos quadrados não lineares, que surge com frequência associado a um largo espectro de aplicações.

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

Optimality conditions play a key role in optimization, both in the identification of optima, and in the design of algorithms to find them. We pay special attention to these conditions all over the syllabus. Parts 1. and 2. of the syllabus are concerned with techniques for solving unconstrained optimization problems. However, they will be also used in the more involved techniques for constrained optimization (Parts 4 and 5). Part 3 is dedicated to the specific and very important unconstrained case of nonlinear least-squares problems, that appear quite frequently in a wide range of applications.

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

O curso consiste em aulas onde serão feitas apresentações dos conceitos teóricos, demonstrações, resoluções e discussão dos exercícios propostos; e estudo fora da sala de aula, onde o estudante, individualmente e em grupos, usando o material disponibilizado e o apoio do professor, em aulas e em períodos de atendimento pré-determinados, assimila o material teórico e procura resolver os exercícios sugeridos. Serão realizados dois testes durante o semestre e a apresentação de um trabalho sobre um tópico avançado.

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

The course consist of lectures where presentations of theoretical concepts, proofs, and resolution and discussion of proposed exercises are conducted; and study outside the classroom, where the student, individually and in groups, using the available material and the support of teachers, in classes and in periods of service pre-established, assimilates the theoretical material and seeks to solve the suggested exercises. During the semester there will be two tests and the presentation of a work on an advanced topic.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

Os tópicos necessários para atingir os objetivos do curso serão lecionados em sessões de resolução de problemas, com o apoio de professores em horários pré-estabelecidos reservados para o atendimento dos alunos. A aquisição de conhecimentos é avaliada em testes escritos (testes / exames). As componentes práticas necessárias para atingir os objetivos de aprendizagem são desenvolvidas usando diferentes formas de contato: nas aulas com análise e discussão de problemas-tipo. A avaliação destas competências é também feita com recurso aos testes escritos.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

The topics required to achieve the objectives established for the course are taught in problem-solving sessions, with the support of teachers in pre-established schedules reserved for the students' attendance. The acquisition of knowledge is assessed in written tests (tests / exams). The practical components necessary to achieve the learning objectives are developed in all forms of contact: in classes through analysis and discussion-type problems. The assessment of these skills is also performed in the written tests.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- 1. D. P. Bertsekas, Nonlinear Programming, second edition, Athena Scientific, 1999*
- 2. J. Nocedal and S. J. Wright, Numerical Optimization, second edition, Springer, 2006*

Anexo II - Modelação em Investigação Operacional

9.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Modelação em Investigação Operacional

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Modeling in Operations Research

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:*Semestral / Semester***9.4.1.4. Horas de trabalho:**

252

9.4.1.5. Horas de contacto:

TP:56

9.4.1.6. ECTS:

9

9.4.1.7. Observações:*Optativa***9.4.1.7. Observations:***Optional***9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):***Jorge Orestes Lasbarrères Cerdeira – TP:56h***9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:***<sem resposta>***9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):***No final desta unidade curricular o estudante terá adquirido conhecimentos, aptidões e competências que lhe permitam modelar e resolver problemas reais que se enquadram no âmbito da investigação operacional.***9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:***With this course the student have developed knowledge and skills that enable to address real problems in the scope of operations research.***9.4.5. Conteúdos programáticos:***Nesta unidade curricular cada aluno vai tratar um problema real oriundo da indústria (sentido lato) com técnicas apropriadas de investigação operacional. Os tópicos programáticos serão pois selecionados em função do problema a tratar e do perfil académico de cada aluno. Naturalmente, aspectos teóricos que são relevantes para a resolução de problemas reais, como modelação, otimização linear, não linear e inteira, métodos heurísticos, entre outros, serão abordados.***9.4.5. Syllabus:***In this course each student will address a real application problem coming from the industry (broad sense) using appropriate operations research (OR) techniques. The OR topics to be treated will be selected according to the problem to be addressed, as well as the academic profile of each student. Theoretical aspects that are relevant to solving real problems, such as modeling, linear optimization, non-linear and entire, heuristic methods, among others, will be addressed.***9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular***Nesta unidade curricular cada aluno vai tratar um problema real com técnicas apropriadas de investigação operacional. Os tópicos programáticos serão selecionados em função do problema a tratar e do perfil académico de cada aluno.***9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.***In this course each student will address a real application problem coming from the industry using appropriate operations research (OR) techniques. The OR topics to be treated will be selected according to the problem to be addressed, as well as the academic profile of each student.***9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):***Esta unidade curricular é semestral e a sua lecionação compreende aulas em regime teórico-prático, em laboratório computacional e o desenvolvimento, por cada aluno, de um trabalho autónomo na forma de projecto. A avaliação decorre da apreciação de um relatório escrito do projeto, sua apresentação e discussão. Desenvolver a capacidade de utilizar técnicas de investigação operacional para formular, propor e implementar métodos de resolução de problemas reais da indústria.*

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

This is a semester course with computer laboratory classes and students will carry out autonomous work, in order to complete their projects. As final assessment each student will submit a written report describing the project that was developed, that will be presented and discussed.

Development of skills to apply operation research techniques to model and solve real problems from industry.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

A componente letiva abordará os tópicos (tais como, modelação, otimização linear, não linear e inteira e métodos heurísticos) mais relevantes para a modelação e resolução de problemas reais.

A execução do projecto vai aferir e potenciar a articulação entre os tópicos teóricos e a sua aplicação prática na resolução de problemas.

O relatório associado ao projeto desenvolvido vai permitir avaliar a capacidade de desenvolver soluções para problemas reais ligados à indústria.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

Classes will allow students to grasp those topics (modeling; linear, nonlinear and integer optimization; and heuristic) which are more relevant to address real world problems from industry.

The execution of the project will promote the articulation between the theoretical topics and the application.

The Report associated the developed project will permit to assess the skills in finding solutions for real word problems from industry.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

Murty, Katta G. (Ed.), Case Studies in Operations Research; Applications of Optimal Decision Making, Series: International Series in Operations Research & Management Science, Vol. 212, 2014.

Bibliografia adicional será indicada em função do problema específico a desenvolver.

Anexo II - Controlo Ótimo da Dinâmica de Fluidos**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

Controlo Ótimo da Dinâmica de Fluidos

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Optimal Control of Dynamic of Fluids

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:

Semestral / Semester

9.4.1.4. Horas de trabalho:

168

9.4.1.5. Horas de contacto:

TP:56

9.4.1.6. ECTS:

6

9.4.1.7. Observações:

<sem resposta>

9.4.1.7. Observations:

<no answer>

9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):

Maria Fernanda Almeida Cipriano Salvador Marques – TP:56h

9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:

<sem resposta>

9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

No final desta unidade curricular o estudante terá adquirido conhecimentos, aptidões e competências em diversas técnicas matemáticas avançadas (determinísticas e estocásticas) utilizadas no estudo do controlo ótimo das equações com derivadas parciais (determinísticas e estocásticas) do movimento de um fluido viscoso incompressível Newtoniano ou não-Newtoniano (do segundo grau).

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:

At the end of this course the student will have acquired knowledge and skills on the mathematical techniques (deterministic and stochastic) to study the optimal control problem for the partial differential equations (deterministic and stochastic) that describe the motion of a viscous and incompressible Newtonian or non-Newtonian fluid of second grade.

9.4.5. Conteúdos programáticos:

Parte 1: Introdução aos espaços de Sobolev.

Parte 2: Equação de Navier-Stokes e equação para fluidos não Newtonianos do segundo grau 2D. Existência, unicidade. Controlo ótimo através uma força distribuída. Equação do adjunto, condição necessária de otimalidade. Controlo ótimo sobre a fronteira.

Parte 3: Processo de Wiener.

Parte 4- Equação de Navier-Stokes estocástica e equação para fluidos não-Newtonianos estocástica do segundo grau 2D. Existência, unicidade. Controlo ótimo estocástico através de uma força distribuída. EDP estocástica backward do adjunto e condição necessária de otimalidade.

9.4.5. Syllabus:

Part 1: Introduction to Sobolev spaces.

Part 2: Navier-Stokes equation and equation for non-Newtonian second grade fluids 2D. Existence, uniqueness. Optimal control problem for a distributed control. Adjoint equation. First order necessary optimality condition. Boundary optimal control problem.

Part 3: Wiener process.

Part 4: Stochastic Navier-Stokes equation and stochastic non-Newtonian second grade fluids equation 2D. Existence and uniqueness. Stochastic optimal control problem for a distributed control. Adjoint backward stochastic differential equation, First order necessary optimality condition.

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

O objetivo desta UC é apresentar técnicas de controlo ótimo em dinâmica de fluidos, da maior relevância nas aplicações, nomeadamente na indústria da aviação, exploração de petróleo, construção civil, indústria alimentar, etc... Devido à natureza turbulenta dos fluidos, pequenas perturbações do sistema físico podem conduzir a grandes alterações na dinâmica. Assim, um dos objetivos fundamentais desta UC consiste em efetuar o controlo ótimo da dinâmica tendo em conta flutuações aleatórias descritas pelo processo de Wiener.

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

The objective of this UC is to present optimal fluid dynamics control techniques of major relevance in practice, namely in the aviation industry, oil exploration, construction, food industry, etc. Due to the turbulent nature of the fluids, minor system disturbances can lead to major changes in dynamics. Thus, one of the fundamental objectives of this UC is to perform optimal control of dynamics taking into account random fluctuations described by the Wiener process.

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As aulas são teóricas/práticas participadas, com exposição oral dos conceitos e metodologias devidamente complementada com exemplos e resoluções de problemas. Eventuais dúvidas poderão ser esclarecidas no decurso das aulas ou em sessões individuais marcadas com os professores.

A avaliação contínua é baseada em testes e exercícios para casa e possivelmente um seminário. Se um aluno não obtiver aprovação através de avaliação contínua poderá vir a obtê-la num exame de recurso.

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

Classes are theoretical/practical with oral presentation of concepts, methodologies, and examples, complemented with problem solving. Specific student difficulties will be addressed during classes or in individual sessions scheduled with the professor.

Continuous assessment is based on two tests and homework, with the possibility of a final seminar. If a student does not obtain approval through continuous assessment he can try it in an additional assessment.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

A apresentação de conceitos e metodologias, apoiados com exemplos ilustrativos, pretende motivar os estudantes para a relevância dos tópicos estudados, desenvolvendo a sua capacidade de pensar na resolução de problemas de controlo ótimo provenientes da dinâmica de fluídos, assim como em problemas de controlo ótimo análogos relevantes em diversas áreas do conhecimento.

Os alunos terão oportunidade de testar estas capacidades nas aulas, com o apoio de um professor, ou em estudo individual, comparecendo eventualmente a sessões de atendimento individual, em caso de dificuldades.

A avaliação da unidade curricular incide sobre a aquisição das competências referidas.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

The presentation of concepts and methodologies, supported by illustrative examples, aims to motivate students to the relevance of the topics studied, by developing their ability to think about optimal control problems arising from fluid dynamics, as well as analogous optimal control problems relevant in various areas of knowledge.

Students will have the opportunity to test these skills in class, with the support of a teacher, or in individual study, eventually attending one-on-one sessions in case of difficulties.

The assessment of the course focuses on the acquisition of the referred skills.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

[1] Max D. Gunzburger: Perspectives in Flow Control and Optimization, 2003, SIAM

[2] Juan C. De los Reyes: Numerical PDE-Constrained Optimization, 2015, Springer

[3] Giuseppe da Prato, Jerzy Zabczyk: Stochastic Equations in Infinite Dimension, 1992, Cambridge University Press

Anexo II - Dinâmica Populacional

9.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Dinâmica Populacional

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Populational Dynamics

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:

Semestral / Semester

9.4.1.4. Horas de trabalho:

168

9.4.1.5. Horas de contacto:

TP:56

9.4.1.6. ECTS:

6

9.4.1.7. Observações:

<sem resposta>

9.4.1.7. Observations:

<no answer>

9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):

Fabio Augusto da Costa Carvalho Chalub – TP:56h

9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:

<sem resposta>

9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

No final desta unidade curricular o estudante terá adquirido conhecimentos, aptidões e competências em diversas técnicas matemáticas avançadas utilizada em modelos de Dinâmica Populacional, com especial enfoque em modelos para o estudo da evolução biológica (Darwiniana).

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:

At the end of this course the student will have acquired knowledge and skills on the mathematical techniques used on population dynamics, with special emphasis on models for Darwinian evolution

9.4.5. Conteúdos programáticos:

1ª parte: Os primeiros modelos em dinâmica populacional: A sequência de Fibonacci. A lei de Hardy-Weinberg. O teorema de Fisher. O processo de Galton. As matrizes de Leslie. A distribuição de Ewens. O modelo SIR. A dinâmica de Lotka-Volterra.

2ª parte: A teoria de Jogos. Jogos estáticos e equilíbrio de Nash em jogos na forma normal. Racionalidade. Jogos de 2 jogadores. Jogos dinâmicos e estratégias evolutivamente estáveis. A dinâmica do replicador. Jogos com conjunto contínuo e compacto de estratégias.

3ª parte: Processos discretos. Matrizes estocásticas e o teorema de Perron-Frobenius. O processo de Moran. Estados finais e estados transientes. O coalescente. Processos evolutivos em grafos. O processo de Wright-Fisher.

4ª parte: Limites difusivos de processos discretos. A equação de Kimura. Dualidade "forward-backward" de Kolmogorov. A dinâmica do replicador como estado transiente dos processos discretos

9.4.5. Syllabus:

Part 1: The first models in population dynamics: The Fibonacci sequence. The Hardy-Weinberg law. Fisher's theorem. Galton process. Leslie matrices. Ewens's distribution. The SIR model. The Lotka-Volterra dynamics.

Part 2: Games theory. Static games and Nash equilibrium in games in normal form. Rationality. 2 players's games. Dynamic games and evolutionarily stable strategies. The replicator dynamics. Games with continuous and compact set of strategies.

Part 3: Discrete Processes. Stochastic matrices and theorem of Perron-Frobenius. The Moran process. Final states and transient states. The coalescent. Evolutionary processes in graphs. The Wright-Fisher process.

Part 4: Discrete Limits and diffusive processes. The Kimura equation. Kolmogorov's forward-backward duality. The replicator dynamics as a transient state of discrete processes.

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

O objetivo desta UC é apresentar modelos usados em dinâmica populacional, com especial ênfase em modelos evolutivos com profundo rigor matemático, o que não é usual na maior parte das UC neste tópico. Alguns resultados matemáticos podem já ser do conhecimento dos alunos, mas serão revistos de forma rigorosa com foco nas aplicações.

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

The main objective of this UC is to present models frequently used in population dynamics in a rigorous manner, which is not usual in most textbook on the subject. Some mathematical results will probably be known by the students, but will be reviewed with focus on the applications.

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As aulas são teóricas/práticas participadas, com exposição oral dos conceitos e metodologias devidamente complementada com exemplos e resoluções de problemas. Eventuais dúvidas poderão ser esclarecidas no decurso das aulas ou em sessões individuais marcadas com os professores.

A avaliação contínua é baseada em testes e exercícios para casa e possivelmente um seminário. Se um aluno não obtiver aprovação através de avaliação contínua poderá vir a obtê-la num exame de recurso.

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

Classes are theoretical/practical with oral presentation of concepts, methodologies, and examples, complemented with problem solving. Specific student difficulties will be addressed during classes or in individual sessions scheduled with the professor.

Continuous assessment is based on two tests and homework, with the possibility of a final seminar. If a student does not obtain approval through continuous assessment he can try it in an additional assessment.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

A apresentação de conceitos e metodologias, apoiados com exemplos ilustrativos, pretende motivar os estudantes para a relevância dos tópicos estudados, desenvolvendo a sua capacidade de pensar em questões da biologia matemática.

Os alunos terão oportunidade de testar estas capacidades nas aulas, com o apoio de um professor, ou em estudo individual, comparecendo eventualmente a sessões de atendimento individual, em caso de dificuldades.

A avaliação da unidade curricular incide sobre a aquisição das competências referidas.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

In classes, concepts and methodologies are presented and illustrated with examples, motivating students for the relevance of the corresponding study, and developing student's ability for modeling problems and selecting the most adequate methodology for the corresponding resolution.

Additionally, classes will allow students to test these skills, under the supervision of a professor. Students can also test these skills by themselves, scheduling individual appointments with professors in case of difficulties. The evaluation of the curricular unit focuses in the acquisition of the mentioned capabilities.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

Bacaër, N.: 2008, Histoires de Mathématiques et de Populations, Cassini, Paris.
Broom, M. and Rychtář, J.: 2013, Game-theoretical models in biology., Boca Raton, FL: CRC Press.
Ewens, W. J.: 2004, Mathematical Population Genetics. I: Theoretical Introduction. 2nd ed, Interdisciplinary Mathematics 27. New York, NY: Springer.
Hofbauer, J. and Sigmund, K.: 1998, Evolutionary Games and Population Dynamics, Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK.
Nowak, M. A.: 2006, Evolutionary Dynamics: Exploring the Equations of Life, The Belknap Press of Harvard University Press, Cambridge, MA.

Anexo II - Teoria Combinatória de Grupos

9.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Teoria Combinatória de Grupos

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Combinatorial Group Theory

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:

Semestral / Semester

9.4.1.4. Horas de trabalho:

252

9.4.1.5. Horas de contacto:

TP:56

9.4.1.6. ECTS:

9

9.4.1.7. Observações:

Optativa

9.4.1.7. Observations:

Optional

9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):

António José Mesquita da Cunha Machado Malheiro – TP:56h

9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:

9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

No final desta unidade curricular o estudante terá adquirido conhecimentos, aptidões e competências que lhe permitam:

- 1) conhecer profundamente os conceitos fundamentais da teoria combinatória de grupos, tais como de grupo livre, apresentação, produto livre e produto de grafos, diagramas de Van Kampen, HNN extensões e produto amalgamado e de grupo hiperbólico;*
- 2) ser capaz de enunciar e esquematizar a prova dos resultados essenciais, como o Teorema de Seifert-Van Kampen, ou o Teorema de Nielsen-Schreier, o Teorema de Kurosh ou o Lemma de Svarc- Milnor;*
- 3) saber aplicar os resultados fundamentais da teoria apresentada;*
- 4) Obter familiaridade com as tendências recentes da teoria combinatória e geométrica de grupos.*

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:

By the end of this curricular unit the student should have acquired knowledge, skills and competences that allow him to:

- 1) *profound knowledge of the fundamental concepts of combinatorial group theory, such as free group, presentation, free product and graph product, Van Kampen diagram, HNN extensions and free amalgamated product, and hyperbolic group;*
- 2) *being able to enounce and sketch the proof the basic results of the theory, such as the Seifert-Van Kampen Theorem, the Nielsen-Schreier theorem, the Kurosh theorem or the Svarc-Milnor Lemma;*
- 3) *know how to apply the fundamental results of the theory;*
- 4) *getting acquaintance with the recent trends of combinatorial and geometric group theory.*

9.4.5. Conteúdos programáticos:

1. *Grupos livres, suas propriedades e seus subgrupos via grafos de Stallings. Representações de grupos livres.*
2. *Grupos dados por geradores e relações. O cálculo de apresentações e do método de Reidemeister e Schreier. grafos de Cayley e a métrica de palavras. Transformações de Tietze. Diagramas de Van Kampen e Teorema de Van Kampen.*
3. *Grupos hiperbólicos, quasi-isometrias e subgrupos quasi-convexos.*
4. *Ações de Grupos sobre conjuntos. Ações de grupos em grafos por isometrias e a teoria de Bass-Serre, produtos livres amalgamados e extensões HNN, grafos de grupos e ações de grupo em árvores simpléticas.*
5. *Um ou mais dos seguintes tópicos: grupos com uma única relação; o estudo das desigualdades isoperimétricas; o Teorema Novikov-Boone; o Teorema de mergulho de Higman; Grupos de Grigorchuk de crescimento intermédio; grupos automáticos, etc.*

9.4.5. Syllabus:

1. *Free groups, their properties and their subgroups via Stallings subgroup graphs. Representations of free groups.*
2. *Groups given by generators and relations. The calculus of presentations and the method of Reidemeister and Schreier. Cayley graphs and the word metric. Tietze transformations. Van Kampen diagrams and Van Kampen Theorem.*
3. *Hyperbolic groups, quasi-isometries and quasiconvex subgroups.*
4. *Groups actions on sets. Groups actions on graphs by isometries and Bass-Serre theory, amalgamated free products and HNN extensions, graphs of groups and group actions on simplicial trees.*
5. *One or more of the following topics: groups with a single defining relator; the study of isoperimetric inequalities; the Novikov-Boone Theorem; the Higman Embedding Theorem; Grigorchuk groups of intermediate growth; automatic groups, etc.*

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

Nos dois primeiros pontos do programa abordam-se os princípios gerais da teoria, dando a conhecer aos alunos os seus conceitos fundamentais. Cumpre-se o 1º dos objectivos propostos.

Nos três primeiros pontos do programa estudam-se os resultados fundamentais da teoria, procedendo à sua demonstração. Deste modo cumpre-se o 2º objectivo.

Uma aplicação destes resultados pode ser concretizada através da dedução de resultados que estão inseridos nos pontos 2 e 3 do programa. Deste modo cumpre-se o ponto 3 dos objectivos.

O último dos objectivos propostos será realizado através da exploração de um ou mais tópicos no ponto 5.

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

In the first two points of the program we address the general principles of the theory, allowing students to learn their fundamental concepts. This covers the 1st of objectives.

In the first three points of the program we study the fundamental results of the theory, proceeding to their demonstration, fulfilling the 2nd goal.

An application of these results can be achieved by deducting results that are inserted at points 2 and 3 of the program. Thus fulfilling the 3rd objective.

The last of the proposed objectives will be accomplished by exploiting one or more topics in Section 5.

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

A estratégia pedagógica adotada assenta em aulas teórico-práticas nas quais se pretende expor os conceitos fundamentais e acompanhar o trabalho do aluno.

Pretende-se através de horas de contacto programadas, realizar uma exposição oral da matéria, acompanhada por pequenos exemplos representativos que permitem uma melhor apreensão dos conceitos teóricos.

O alunos dispõem de exercícios, que devem resolver individualmente, e durante as horas de apoio/dúvidas discutir as soluções com o docente.

A avaliação é composta por um exame de três horas escrito.

Para um aluno obter uma classificação superior a 16 terá de realizar uma prova complementar.

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

The adopted teaching strategy is based on lectures in which it is intended to expose fundamental concepts and track students work.

Through scheduled contact hours we intend to make an oral presentation of the main topics, followed by small representative examples that allow a better understanding of theoretical concepts.

The students have exercises which should solve individually, and during the hours of support / doubts discuss solutions with the teacher.

The assessment consists by a final written exam.

For a student to get a rating higher than 16 it will have to do an additional exam.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

As componentes teóricas necessárias para atingir os objetivos de aprendizagem são ministradas nas aulas programadas, complementadas com o apoio do docente nas horas de atendimento individual, sempre que necessário. Estas aulas decorrem com uma exposição oral da matéria, acompanhada por exemplos que permitem uma melhor apreensão dos conceitos teóricos.

A discussão dos exercícios propostos, em grupo ou com o auxílio do docente, é uma prática pedagógica adoptada essencial para o aluno aprender a ultrapassar as suas dificuldades. Pretende-se, por esta via, contribuir para uma melhor aprendizagem das matérias lecionadas, estimular o trabalho em grupo e a capacidade crítica dos estudantes e, ainda, incentivar os estudantes a estudarem a matéria de forma continuada durante o semestre.

A aquisição de conhecimentos é avaliada na prova escrita. A avaliação escrita consiste essencialmente na resolução de exercícios de aplicação dos conteúdos teóricos, à semelhança dos exercícios propostos nas aulas.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

The theoretical components necessary to achieve the learning objectives are taught in scheduled classes, complemented with the support of the teacher in the office hours, whenever required.

These lectures take place with an oral presentation of the subjects, followed by examples that allow a better understanding of theoretical concepts.

The discussion of the proposed exercises, in group or with the assistance of the teacher, is an adopted pedagogical practice essential for the student to learn to overcome their difficulties. In this way, we intend to help students to better learn the taught subjects, to encourage teamwork and critical capacities, and also to encourage students to study on an ongoing basis throughout the semester.

The acquisition of knowledge is assessed in a written exam. The written evaluation consists essentially in the resolution of exercises where the theoretical concepts are applied, as it is with the exercises proposed in classes.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

G. Baumslag, Topics in combinatorial group theory, Springer, 1993.

O. Bogopolski, Introduction to group theory, EMS, 2008.

W. Dicks and M. Dunwoody, Groups acting on graphs, Cambridge University Press, 1989.

R. Lyndon and P. Schupp, Combinatorial group theory, Springer, 2001.

P. de la Harpe, Topics in geometric group theory. Chicago lectures in Mathematics, University of Chicago Press, Chicago, IL, 2000.

J. Rotman, An introduction to the theory of groups, Springer, 4th Ed, 1995.

Anexo II - Teoria de Grafos**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

Teoria de Grafos

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Graph Theory

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:

Semestral / Semester

9.4.1.4. Horas de trabalho:

252

9.4.1.5. Horas de contacto:

TP:56

9.4.1.6. ECTS:

9

9.4.1.7. Observações:

Optativa

9.4.1.7. Observations:

Optional

9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):

Jorge Orestes Lasbarrères Cerdeira – TP:19h

9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:*Carlos Manuel Saiago – TP:19h**Maria do Rosário Silva Franco Fernandes – TP:18h***9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

1. *Dominar a linguagem matemática de Teoria de grafos e as suas aplicações à sua área de investigação.*
2. *Modelar problemas do mundo real usando resultados e conceitos de Teoria de Grafos.*
3. *Procurar soluções a problemas do mundo real usando resultados e algoritmos de Teoria de Grafos.*

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:

1. *Master a new mathematical language and its applications to the student's research area.*
2. *Model a real world problem using concepts and results from Graph Theory.*
3. *Search solutions for real world problems using results and algorithms from Graph Theory.*

9.4.5. Conteúdos programáticos:*O programa da disciplina será seleccionado de entre os seguintes tópicos:*

1. *Representações de grafos, subgrafos, caminhos e ciclos.*
2. *Conexidade: Grafos Bipartidos; Árvores e os algoritmos de Kruskal e Prim.*
3. *Grafos Eulerianos e Hamiltonianos.*
4. *Conjuntos independentes e cliques.*
5. *Coloração de grafos e o teorema das 4 cores (sem demonstração).*
6. *Grafos planares.*
7. *Empacotamentos e coberturas.*
8. *Grafos perfeitos.*
9. *Emparelhamentos em grafos bipartidos e não bipartidos.*
10. *Decomposições de grafos.*
11. *Teoria de grafos extrema.*
12. *Teoria de Ramsey.*
13. *Método probabilístico no estudo de teoria de grafos extrema e teoria de Ramsey.*
14. *Grafos aleatórios.*

9.4.5. Syllabus:*The program of the discipline will be chosen among the following topics:*

1. *Graph representation, subgraphs, paths and cycles.*
2. *Connectivity: Bipartite graphs, Trees, Kruskal and Prim algorithms.*
3. *Eulerian and Hamiltonian graphs.*
4. *Stable sets and cliques.*
5. *Graph coloring and the 4 color theorem (without proof).*
6. *Planar Graphs.*
7. *Packing and covering.*
8. *Perfect graphs.*
9. *Matchings.*
10. *Graph decomposition.*
11. *Extremal Graph Theory.*
12. *Ramsey Theory.*
13. *The probabilistic method.*
14. *Random Graphs.*

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular*Os tópicos abordados nesta unidade curricular pretende introduzir o aluno à linguagem da teoria de grafos e às suas aplicações a problemas quer teóricos quer problemas do mundo real. Deste modo, começa-se pela introdução de conceitos básicos passando gradualmente a conteúdos mais elaborados sempre com a apresentação de exemplos da sua aplicabilidade e importância a problemas do mundo real.***9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.***The topics proposed in this course will be mainly an introduction to the graph theory language as well as its applications to several problems. These problems be theoretical or a real world problem. Basic concept will be presented first and then results will applications to real world problems will be presented. Students will always be presented with real problems as an example to theoretical concepts introduced.***9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):***Aulas teóricas onde o docente apresentará o programa proposto e apresentações feitas pelos alunos de um artigo de investigação científica escolhido pelo docente e pelo aluno de acordo com os seus interesses pessoais.**Os alunos poderão obter aprovação à disciplina por meio da realização de provas escritas (testes/trabalhos) ou orais (exames/exposições), a realizar durante o período de aulas. Em alternativa, poderão submeter-se a um exame final que englobe todos os conteúdos da disciplina.*

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

Lectures where the main topics will be presented. Each student should also present a research paper on a topic of his interest.

Students may obtain approval by performing written (tests/assignments) or oral (examinations/seminars) evaluations, to be held during class period. Alternatively, they may present themselves to a final exam that will test all learning goals of the course.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

Aulas teóricas onde o docente apresentará o programa proposto complementado com exemplos. Os alunos apresentarão um artigo de investigação científica escolhido de acordo com os seus interesses pessoais.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

Lectures where the main topics will be presented. Each student should also present a research paper on a topic of his interest.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

B. Bolobas, Extremal Graph Theory, Dover, 2004.

R. Diestel, Graph Theory, 4th edition, Springer, 2010.

F. Harary, Graph Theory, Addison-Wesley, 1972.

D.B. West, Introduction to Graph Theory, 2nd Edition, Prentice Hall, 2005.

Anexo II - Teoria de Operadores**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

Teoria de Operadores

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Operator Theory

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:

Semestral / Semester

9.4.1.4. Horas de trabalho:

252

9.4.1.5. Horas de contacto:

TP:56

9.4.1.6. ECTS:

9

9.4.1.7. Observações:

Optativa

9.4.1.7. Observations:

Optional

9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):

Oleksiy Karlovych – TP:28h

9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:

Cláudio António Rainha Aires Fernandes – TP:28h

9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

No final desta unidade curricular o estudante terá adquirido conhecimentos, aptidões e competências básicas na área de teoria de operadores que lhe permitam:

- Compreender conteúdos mais avançados na área;
- Ser capaz de iniciar investigação num tópico da área.

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:

At the end of this course students will have acquired basic knowledge and skills in the area of operator theory in order to:

- Understand advanced contents in the area;
- Being able to start research on a topic in the area.

9.4.5. Conteúdos programáticos:

1. Operadores lineares em espaços de Banach. Operadores lineares fechados. Espaços complementados e projeções. Operadores compactos. Operadores lateralmente invertíveis.
2. Operadores de Fredholm. Operadores normalmente solúveis. Regularização. Índice e traço. Perturbação com norma pequena. Perturbação compacta.
3. Álgebras de Banach. Invertibilidade e espectro. Ideais maximais e representações. Alguns exemplos.
4. Princípios locais. Teoria de Gelfand. Princípio local de Allan. Localização que preserve a norma. Princípio local de Gohberg-Krupnik. Princípio local de Simonenko. Álgebras-PI e álgebras-QI.
5. Álgebras de Banach geradas por idempotentes. Álgebras geradas por dois idempotentes. Teorema dos N -idempotentes. Álgebras com “flip”.
6. Operadores de Toeplitz com símbolos contínuos e seccionalmente contínuos. Critérios de Fredholm. Álgebras de Banach de operadores de Toeplitz.

9.4.5. Syllabus:

1. Linear operators on a Banach space. Closed linear operators. Complemented subspaces and projections. Compact operators. One-sided invertible operators.
2. Fredholm operators. Normally solvable operators. Regularization. Index and trace. Perturbations small in norm. Compact perturbations.
3. Banach algebras. Invertibility and spectrum. Maximal ideals and representations. Some examples.
4. Local principles. Gelfand theory. Allan's local principle. Norm-preserving localization. Gohberg-Krupnik's local principle. Simonenko's local principle. PI-algebras and QI-algebras.
5. Banach algebras generated by idempotents. Algebras generated by two idempotents. An N -idempotents theorem. Algebras with flip.
6. Toeplitz operators with continuous and piecewise continuous symbols. Fredholm criteria. Banach algebras of Toeplitz operators.

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

O programa contempla todos os aspectos essenciais para atingir os objetivos de aprendizagem. A bibliografia recomendada abrange todos os itens do programa, permitindo que os alunos possam, com o apoio do professor, desenvolver de forma equilibrada todos os conhecimentos e capacidades necessárias ao bom cumprimento dos objetivos.

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

The program covers all aspects essential to achieve learning objectives. The recommended bibliography covers all items of the program, allowing students, with teacher support, to develop in a balanced way all knowledge and skills necessary for the proper fulfillment of the objectives.

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As aulas são teórico-práticas, alternado sessões teóricas e sessões práticas de modo conveniente. Nas sessões teóricas expõem-se os conteúdos da disciplina, ilustrando-os com exemplos de aplicação. Nas sessões práticas os alunos serão chamados a resolver exercícios e a elaborar demonstrações de alguns dos resultados apresentados. Quaisquer dúvidas são esclarecidas ou no decorrer das aulas, ou nas sessões destinadas a atendimento de alunos ou ainda em sessões extra acordadas diretamente entre aluno e professor. Os alunos poderão obter aprovação à disciplina por meio da realização de provas escritas (testes/trabalhos) ou orais (exames/exposições), a realizar durante o período de aulas. Em alternativa, poderão submeter-se a um exame final que englobe todos os conteúdos da disciplina.

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

Classes are theoretical-practical, alternating theoretical sessions and practical sessions as convenient. In theoretical sessions the contents of the course are exposed and illustrated with examples. In practical sessions students will be asked to solve problems and elaborate demonstrations of some of the results presented. Any questions/doubts are clarified during classes or tutorial sessions or even in extra sessions combined directly between student and teacher. Students may obtain approval by performing written (tests/assignments) or oral (examinations/seminars) evaluations, to be held during class period. Alternatively, they may present themselves to a final exam that will test all learning goals of the course.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

As componentes teóricas necessárias para atingir os objetivos de aprendizagem são ministradas em sessões teóricas, com o apoio adicional dos horários de atendimento. A aquisição destes conhecimentos é avaliada nas provas escritas (testes/exames) ou orais (exames/exposições). As componentes práticas necessárias para atingir os objetivos de aprendizagem são desenvolvidas em todas as formas de horas de contacto: nas sessões teóricas através da exposição e discussão dos conceitos fundamentais da disciplina e nas sessões práticas, com o apoio adicional dos horários de atendimento, através da resolução de problemas com apoio do docente.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

The theoretical components necessary to achieve the learning objectives are taught in lecture sessions, with additional support of tutorial sessions. The acquisition of knowledge is assessed with written (tests/exams) or oral (examinations/seminars) evaluations. The practical components necessary to achieve the learning objectives are developed in all forms of contact hours: the theoretical sessions through exposition and discussion of the fundamental concepts of the discipline and the practical sessions, with additional support of tutorial sessions, through problem solving with the help of the teacher.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

*A. Böttcher, B. Silbermann, Analysis of Toeplitz operators, Springer, 2006.
R. Douglas, Banach algebras techniques in operator theory, Springer, 1998.
I. Gohberg, S. Goldberg, R. Kaashoek, Basic classes of linear operators, Birkhäuser, 2003.
I. Gohberg, N. Krupnik, One-dimensional linear singular integral operators, vol. 1, Birkhäuser, 1992.
C. Murphy, C*-algebras and operator theory, Academic Press, 1990.
S. Roch, P.A. Santos, B. Silbermann, Non-commutative Gelfand theories, Springer, 2011.*

Anexo II - Tópicos de Semigrupos

9.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Tópicos de Semigrupos

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Topics of Semigroups

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:

Semestral / Semester

9.4.1.4. Horas de trabalho:

252

9.4.1.5. Horas de contacto:

TP:56

9.4.1.6. ECTS:

9

9.4.1.7. Observações:

Optativa

9.4.1.7. Observations:

Optional

9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):

Vítor Hugo Bento Dias Fernandes – TP:14h

9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:

*António José Mesquita da Cunha Machado Malheiro – TP:14h
Manuel Messias Rocha de Jesus – TP:14h
Maria Helena Coutinho Gomes de Almeida Santos – TP:14h*

9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

No final desta unidade curricular o estudante terá adquirido conhecimentos, aptidões e competências básicas em teoria de semigrupos (regulares/finitos) que lhe permitam:

- Compreender conteúdos mais avançados na área;
- Ser capaz de iniciar investigação num tópico da área.

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:

At the end of this course students will have acquired basic knowledge and skills in (regular/finite) semigroup theory in order to:

- Understand advanced contents in the area;
- Being able to start research on a topic in the area.

9.4.5. Conteúdos programáticos:

Programa. A escolher entre:

A. Semigrupos regulares: propriedades gerais; a representação de Petrich; semigrupos regulares estritos; semigrupos de Clifford; bandas livres; variedades de bandas. Semigrupos inversos: propriedades gerais; semigrupos inversos fundamentais; semigrupos inversos bisimples; coberturas unitárias; o P-teorema de McAlister; semigrupos inversos livres. Algumas classes de semigrupos regulares: semigrupos localmente inversos; semigrupos regulares gerados por idempotentes; semigrupos ortodoxos; semigrupos pseudoinversos; semigrupos regulares E-unitários e o P-teorema de Szendrei.

B. Semigrupos finitos: relações de Green e homomorfismos; congruências minimais; produtos semidirectos e produtos em coroa; divisibilidade; o teorema de Krohn-Rhodes; a expansão de Rhodes; pseudovariedades; operações implícitas e pseudoidentidades; o teorema de Reiterman; exemplos.

9.4.5. Syllabus:

Programme. To choose between:

A. Regular semigroups: general properties, the Petrich representation; strict regular semigroups; Clifford semigroups, free bands; varieties of bands. Inverse semigroups: general properties; fundamental inverse semigroups, bisimple inverse semigroups; unitary covers; the McAlister P-theorem; free inverse semigroups. Some classes of regular semigroups: locally inverse semigroups, regular semigroups generated by idempotents; orthodox semigroups; pseudoinverse semigroups; E-unitary regular semigroups and Szendrei P-theorem.

B. Finite Semigroups: Green relations and homomorphisms, minimal congruences; semidirect products and wreath products; divisibility; Krohn-Rhodes theorem; the Rhodes expansion; pseudovarieties; implicit operations and pseudoidentidades; Reiterman theorem; examples.

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

O programa contempla todos os aspectos referidos nos objetivos de aprendizagem. A bibliografia recomendada abrange todos os itens do programa, permitindo que os alunos possam, com o apoio do professor, desenvolver de forma equilibrada todos os conhecimentos e capacidades necessárias ao bom cumprimento dos objetivos.

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

The program covers all aspects mentioned in the learning objectives. The recommended bibliography covers all items of the program, allowing students, with teacher support, to develop in a balanced way all knowledge and skills necessary for the proper fulfillment of the objectives.

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As aulas são teórico-práticas, alternado sessões teóricas e sessões práticas de modo conveniente. Nas sessões teóricas são expostos os conteúdos da disciplina, ilustrados com exemplos de aplicação. Nas sessões práticas os alunos serão chamados a resolver exercícios e a elaborar demonstrações de alguns dos resultados apresentados. Quaisquer dúvidas são esclarecidas no decorrer das aulas ou nas sessões destinadas a atendimento de alunos ou ainda em sessões extra combinadas diretamente entre aluno e professor. Os alunos poderão obter aprovação à disciplina por meio da realização de provas escritas (testes/trabalhos) ou orais (exames/exposições), a realizar durante o período de aulas. Em alternativa, poderão submeter-se a um exame final que engloba todos os conteúdos da disciplina.

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

Classes are theoretical-practical, alternating theoretical sessions and practical sessions as is convenient. In theoretical sessions the contents of the course are exposed and illustrated with examples. In practical sessions students will be asked to solve problems and elaborate demonstrations of some of the results presented. Any questions/doubts are clarified during classes or tutorial sessions or even in extra sessions combined directly between student and teacher. Students may obtain approval by performing written (tests/assignments) or oral (examinations/seminars) evaluations, to be held during class period. Alternatively, they may present themselves to a final exam that will test all the learning goals of the course.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

As componentes teóricas necessárias para atingir os objetivos de aprendizagem são ministradas em sessões teóricas, com o apoio adicional dos horários de atendimento. A aquisição destes conhecimentos é avaliada nas provas escritas (testes/exames) ou orais (exames/exposições). As componentes práticas necessárias para atingir os objetivos de aprendizagem são desenvolvidas em todas as formas de horas de contacto: nas sessões teóricas através da exposição e discussão dos conceitos fundamentais da disciplina e nas sessões práticas, com o apoio adicional dos horários de atendimento, através da resolução de problemas com apoio do docente.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

The theoretical components necessary to achieve the learning objectives are taught in lecture sessions, with additional support of tutorial sessions. The acquisition of knowledge is assessed with written (tests/exams) or oral (examinations/seminars) evaluations. The practical components necessary to achieve the learning objectives are developed in all forms of contact hours: the theoretical sessions through exposition and discussion of the fundamental concepts of the discipline and the practical sessions, with additional support of tutorial sessions, through problem solving with the help of the teacher.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

*J. Almeida, Finite Semigroups and Universal Algebra, World Scientific, 1994.
A.H. Clifford and J.B. Preston, The algebraic theory of semigroups, Amer. Math. Soc., 1967.
J.M. Howie, Fundamentals of semigroup theory, Oxford Univ. Press, 1995.
N.V. Lawson, Inverse Semigroups: the theory of partial symmetries, World Scientific, 1998.
M. Petrich, Inverse semigroups, Willey, 1984.
M. Petrich and N.R. Reilly, Completely regular semigroups, Willey, 1999.
J.-E. Pin, Varieties of formal languages, Plenum, 1986.
J.L. Rhodes and B. Steinberg, The q-theory of Finite Semigroups: A New Approach, Springer, 2009.*

Anexo II - Tópicos de Álgebra Comutativa e Geometria Algébrica**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

Tópicos de Álgebra Comutativa e Geometria Algébrica

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Topics of Commutative Algebra and Algebraic Geometry

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:

Semestral / Semester

9.4.1.4. Horas de trabalho:

252

9.4.1.5. Horas de contacto:

TP:56

9.4.1.6. ECTS:

9

9.4.1.7. Observações:

Optativa

9.4.1.7. Observations:

Optional

9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):

Ana Cristina Malheiro Casimiro – TP:56h

9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:

<sem resposta>

9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

No final desta unidade curricular o estudante terá adquirido conhecimentos, aptidões e competências que lhe permitam aplicar técnicas de álgebra comutativa e de geometria algébrica. Mais especificamente, será introduzido o conceito de variedade algébrica, o Hilbert's Nullstellensatz, a teoria de feixes, aplicação à geometria analítica local, divisores e fibrados vetoriais. Ficarà a conhecer temas de investigação nestas duas áreas da matemática.

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:

The student is supposed acquire basic knowledge on Commutative Algebra and Algebraic Geometry. At the end of the curricular unit students should have the abilities to work and apply techniques from Algebraic Geometry. Namely, it will be introduced the notion of algebraic variety, the Hilbert's Nullstellensatz, sheaf theory, application to local analytic geometry, divisors and vector bundles. The student will learn topics of research in these two areas of mathematics.

9.4.5. Conteúdos programáticos:

1. *Variedades Algébricas: topologia de Zariski, variedades afins, variedades projetivas, variedades complexas analíticas, morfismos de variedades, dimensão, pontos singulares, espaço e cone tangente.*
2. *Teoria de feixes: definição de feixe, exemplos de feixes, cohomologia.*
3. *Aplicação à geometria analítica local: expansão de Puiseux, introdução à utilização do "Singular".*
4. *Divisores: definição, grau, equivalência linear, Teorema de Riemann-Roch.*
5. *Fibrados vetoriais sobre curvas algébricas. (opcional)*

9.4.5. Syllabus:

1. *Algebraic Varieties: Zariski topology, affine and projective varieties, analytic complex varieties, morphisms of varieties, dimension, singular points, tangent space and cone.*
2. *Theory of sheaves: definition of sheaf, examples of sheaves, cohomology.*
3. *Application to the local analytic geometry: Puiseux expansion, introduction to "Singular".*
4. *Divisors: definition, degree, linear equivalence, Riemann-Roch Theorem.*
5. *Vector bundles on algebraic curves (optional).*

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

No tema 1, introduz-se o conceito de topologia de Zariski e define-se variedade algébrica afim e projetiva. No tema 2 estudamos a teoria de feixes que nos permite de uma forma sistemática acompanhar a informação local algébrica num espaço topológico. No tema 3 fazemos uma aplicação à geometria analítica local onde exploraremos o programa informático "Singular". No tema 4 damos a noção de divisor que é uma ferramenta importante para o estudo da geometria intrínseca de uma variedade. No tema 5 (opcional), falamos de fibrados vetoriais sobre curvas algébricas.

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

In the first chapter we introduce the concept of Zariski topology and define affine and projective algebraic variety. In chapter 2 we study the theory of sheaves which allow us to in a systematic way to keep track of the algebraic local information on a topological space. In chapter 3, we do an application to the local analytic geometry where we explore the computational resource "Singular". In chapter 4 we introduce the notion of a divisor which is an important tool to the study of the intrinsic geometry of a variety. In the last (optional) chapter we talk about vector bundles on algebraic curves.

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As aulas estão divididas em aulas teóricas e aulas práticas, nas primeiras o professor expõe o conteúdo teórico com exemplos de aplicação, e nas aulas práticas é pedido aos alunos que apresentem no quadro a resolução de exercícios propostos.

Os alunos poderão obter aprovação à disciplina por meio da realização de provas escritas (testes/trabalhos) ou orais (exames/exposições), a realizar durante o período de aulas. Em alternativa, poderão submeter-se a um exame final que englobe todos os conteúdos da disciplina.

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

The classes are divided in theoretical and practical classes, at the first ones the professor explain the theoretical content with examples of application, at the last ones it is asked for the students to present the resolution of proposed exercises.

Students may obtain approval by performing written (tests/assignments) or oral (examinations/seminars) evaluations, to be held during class period. Alternatively, they may present themselves to a final exam that will test all learning goals of the course.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

As componentes teóricas determinadas nos objetivos da unidade curricular são lecionadas nas aulas teóricas onde também se apresentam exercícios práticos para ilustrar conceitos e resultados. A aprendizagem é consolidada com a componente das aulas práticas, o estudo autónomo do aluno e, se necessário, utilizando o horário de atendimento dos docentes. A frequência na unidade curricular pretende assegurar que os alunos acompanham a matéria. A avaliação de conhecimentos é efetuada através de trabalhos escritos e orais.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

The main concepts specified in the goals of the course are explained in the theoretical lectures in which some practical problems are also presented as an illustration of concepts or results. Learning is consolidated with the component of the practical classes, the student's self-study and, if necessary, using the office hours of teachers. The frequency in the course aims to ensure that students follow the matter. The assessment is made through written and oral work done by the students.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

*M.F. Atiyah and I.G. Macdonald, Introduction to Commutative Algebra, Westview Press (Perseus Books Group), 1969.
D. Eisenbud. Commutative Algebra with a view toward Algebraic Geometry, Springer, 1995.
M. Reid. Undergraduate Commutative Algebra, London Mathematical Society, 1995.
G.M. Greuel and G. Pfister, A Singular Introduction to Commutative Algebra, Springer, 2002.
R. Hartshorne, Algebraic Geometry, Springer, 1977.
R. Miranda, Algebraic Curves and Riemann surfaces, American Mathematical Society, 1995.
Thei de Jong and G. Pfister, Local Analytic Geometry, Vieweg, 2000.*

Anexo II - Tópicos de Análise Avançada

9.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Tópicos de Análise Avançada

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Topics of Advanced Analysis

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:

Semestral / Semester

9.4.1.4. Horas de trabalho:

252

9.4.1.5. Horas de contacto:

TP:56

9.4.1.6. ECTS:

9

9.4.1.7. Observações:

Optativa

9.4.1.7. Observations:

Optional

9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):

Fábio Augusto da Costa Carvalho Chalub – TP:19h

9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:

*Ana Margarida Fernandes Ribeiro – TP:19h
Oleksiy Karlovych – TP:18h*

9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

No final desta unidade curricular o estudante terá adquirido conhecimentos, aptidões e competências básicas em alguma área de investigação em Análise que lhe permitam:

- Compreender conteúdos mais avançados na área;*
- Ser capaz de iniciar investigação num tópico da área.*

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:

At the end of this course students will have acquired basic knowledge and skills in one of the research areas in Analysis in order to:

- Understand advanced contents in the area;*
- Being able to start research on a topic in the area.*

9.4.5. Conteúdos programáticos:

- O conteúdo programático é variável, incluindo, de forma não exclusiva,*
- análise harmónica;
 - métodos matemáticos em genética populacional;
 - métodos para equações diferenciais não lineares dispersivas;
 - métodos para inclusões diferenciais;
 - métodos variacionais em ciência dos materiais ou processamento de imagem;
 - teoria geométrica da medida e funções de variação limitada.

9.4.5. Syllabus:

- The syllabus will depend on the interests of students and professor and may include*
- harmonic analysis;
 - mathematical methods in population genetics;
 - methods for nonlinear dispersive differential equations;
 - methods for differential inclusions;
 - variational methods in material science or image processing;
 - geometric measure theory and bounded variation functions.

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

Os possíveis conteúdos programáticos são diretamente relacionados com as áreas de investigação do departamento/centro, e portanto tem por objetivo preparar o aluno para o desenvolvimento de tese.

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

All possible syllabi are related to the research areas of the department/centre and therefore have as main goal to prepare the student to the development of a PhD thesis.

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Aulas expositivas e estudo individualizado. Exercícios para resolução em casa, exames escritos e seminários.

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

Expository classes and individual studies. Homework, written exams and seminars.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

As aulas expositivas serão sobre os tópicos do programa, assim como as avaliações.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

Classes will be given in the topics of the program. Students will be evaluated in the topics of the program.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- J. Duoandikoetxea, Fourier Analysis, American Mathematical Society, 2001.*
W.J. Ewens, Mathematical Population Genetics. I: Theoretical Introduction, Springer, 2004.
F. Linares and G. Ponce, Introduction to Nonlinear Dispersive Equations, Springer, 2009.
B. Dacorogna, P. Marcellini, Implicit Partial Differential Equations, Birkhäuser, 1999.
G. A. Pavliotis, A. Stuart, Multiscale Methods: Averaging and Homogenization, Springer, 2008.
G. Auber, P. Kornprobst, Mathematical Problems in Image Processing, Springer, 2006.
L. Ambrosio, N. Fusco, D. Pallara, Functions of Bounded Variation and Free Discontinuity Problems, Oxford University Press, 2000.

Anexo II - Tópicos de Lógica Matemática**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

Tópicos de Lógica Matemática

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Topics of Mathematical Logic

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:

Semestral / Semester

9.4.1.4. Horas de trabalho:

252

9.4.1.5. Horas de contacto:

TP:56

9.4.1.6. ECTS:

9

9.4.1.7. Observações:*Optativa***9.4.1.7. Observations:***Optional***9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):***Reinhard Josef Klaus Kahle – TP:28h***9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:***Isabel Maria Oitavem Fonseca da Rocha Kahle – TP:28h***9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):***No final desta unidade curricular o estudante terá adquirido conhecimentos, aptidões e competências avançadas na área de lógica matemática, nomeadamente na teoria de demonstração, que lhe permitam:*

- Compreender conteúdos avançados na área;
- Ser capaz de executar investigação num tópico da área.

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:*At the end of this course students will have acquired advanced knowledge and skills in the area of mathematical logic, in particular in proof theory, in order to:*

- Understand advanced contents in the area;
- Being able to execute research on a topic in the area.

9.4.5. Conteúdos programáticos:*Tópicos avançados de teoria da demonstração: cálculo de Tait, eliminação do corte, análise de ordinais, impredicatividade de sistemas axiomáticos, colapso de números ordinais, compreensão Π^1_2 .***9.4.5. Syllabus:***Advanced topics in proof theory: Tait calculus, cut elimination, ordinal analysis, impredicativity of axiomatic systems, collaps of ordinal numbers, Π^1_2 comprehension.***9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular***O conteúdo programático da cadeira é concebido numa forma que, num lado, os tópicos apresentados seguem a sua sucessão sistemática e, noutro lado, que resultam numa forma natural nos objetivos da unidade curricular.***9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.***The syllabus is conceived in a way that, on the one hand, the items of the given programme are in their systematic order, and on the other hand, that they lead in a natural way to the objectives of the lecture course.***9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):***A metodologia de ensino, incluindo aulas teórico-práticas participadas e trabalho do aluno, segue da tradição bem-sucedida na Matemática no espírito de Felix Klein.**Os alunos poderão obter aprovação à disciplina por meio da realização de provas escritas (testes/trabalhos) ou orais (exames/exposições), a realizar durante o período de aulas. Em alternativa, poderão submeter-se a um exame final que englobe todos os conteúdos da disciplina.***9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):***The teaching methodology, comprising class-room presentations and work of the student, follows the successful tradition of mathematic teaching in the spirit of Felix Klein.**Students may obtain approval by performing written (tests/assignments) or oral (examinations/seminars) evaluations,*

to be held during class period. Alternatively, they may present themselves to a final exam that will test all learning goals of the course.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.
A combinação de apresentações do professor com trabalho próprio do aluno a garantia principal para o sucesso de ensino matemático.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.
The combination of presentations of the professor with own work by the student is the principal guarantee for the success of mathematical teaching.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:
*J. Barwise, ed., Handbook of Mathematical Logic, North-Holland, 1977.
W. Pohlers, Proof Theory: An Introduction, Springer, 2002.*

Anexo II - Tópicos de Otimização Combinatória

9.4.1.1. Designação da unidade curricular:
Tópicos de Otimização Combinatória

9.4.1.1. Title of curricular unit:
Topics of Combinatorial Optimization

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:
M

9.4.1.3. Duração:
Semestral / Semester

9.4.1.4. Horas de trabalho:
252

9.4.1.5. Horas de contacto:
TP:56

9.4.1.6. ECTS:
9

9.4.1.7. Observações:
Optativa

9.4.1.7. Observations:
Optional

9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):
Jorge Orestes Lasbarrères Cerdeira – TP:19h

9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:
*Isabel Cristina Silva Correia – TP:19h
Lídia Ludovina Lampreia Ceiro Pica Lourenço – TP:18h*

9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):
No final desta unidade curricular o estudante terá adquirido conhecimentos, aptidões e competências que lhe permitem abordar diferentes problemas de otimização combinatória.

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:
Development of knowledge, skills and competences to address a wide variety of combinatorial optimization problems.

9.4.5. Conteúdos programáticos:
*Tópicos a selecionar de entre:
1. Generalidades sobre grafos;*

2. Poliedros
3. Emparelhamentos e coberturas em grafos bipartidos
4. Fluxos
5. Emparelhamentos em grafos não bipartidos
6. Matroides
7. Complexidade computacional
8. Programação linear inteira e matrizes totalmente unimodulares

9.4.5. Syllabus:

Topics to select from

1. Graphs
2. Polytopes
3. Matchings and covers in bipartite graphs
4. Flows
5. Matchings in nonbipartite graphs
6. Matroids
7. Computational complexity
8. Integer linear programming and totally unimodular matrices

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

Grafos e poliedros são os pilares em que assenta a Otimização Combinatória (OC). O programa começa com estes dois tópicos (pontos 1 e 2). Os emparelhamentos têm tido um papel catalisador no desenvolvimento métodos gerais em combinatória. Os pontos 3, 4 e 5 do programa destinam-se ao estudo dos emparelhamentos e problemas relacionados. Os matróides são estruturas combinatórias gerais, intimamente relacionados com a eficiência de algoritmos para problemas de OC. Os matroides e a eficiência de algoritmos são tratados nos pontos 6 e 7, respetivamente, do programa. A teoria dos poliedros combinatórios constitui último tópico (ponto 8 do programa) da uc.

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

Graphs and polyhedra are the cornerstones of Combinatorial Optimization (CO). The program begins with these two topics (points 1 and 2). Matchings have played a catalytic role in developing general methods in combinatorics. Points 3, 4 and 5 of the program is dedicated to the study of matchings and related problems. The matroids are general combinatorial structures, closely related to the efficiency of algorithms for CO problems. Matroids and efficiency of algorithms are discussed in sections 6 and 7, respectively, of the program. The theory of combinatorial polyhedra is the last topic (point 8) of the programme.

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

A uc funciona em aulas teórico-práticas, onde se apresentam os conceitos teóricos e se efectuem demonstrações de alguns resultados e onde são resolvidos e discutidos exercícios propostos; estudo fora das salas de aula, onde o aluno, com recurso ao material disponibilizado e com o apoio do docente, nas aulas e em períodos de atendimento pré-estabelecidos, assimila a matéria teórica e procura resolver os exercícios sugeridos para realizar em ambiente não presencial.

Durante o período letivo será realizado um teste e, elaborado e apresentado oralmente, um relatório escrito sobre um assunto a definir. O aluno pode também optar por realizar um exame final.

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

The course consist of lectures where presentations of theoretical concepts, proofs, and resolution and discussion of proposed exercises are conducted; and study outside the classroom, where the student, individually and in groups, using the available material and the support of teachers, in classes and in periods of service pre-established, assimilates the theoretical material and seeks to solve the suggested exercises.

During the semester there will be one test and the presentation of a work on a specific topic. The student can choose to be approved on a final exam.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

Os tópicos necessários para atingir os objetivos estabelecidos para a unidade curricular são ministrados nas aulas teórico-práticas, com o apoio do docente em horários de atendimento aos alunos. A aquisição destes conhecimentos é avaliada nas provas escritas (testes/exames) e numa apresentação oral. As componentes práticas necessárias para atingir os objetivos de aprendizagem são desenvolvidas em todas as formas de horas de contacto: nas aulas teórico-práticas através da análise e discussão de problemas-tipo. A avaliação destas competências é também realizada nas provas escritas e na prova oral.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

The topics required to achieve the objectives established for the course are taught in problem-solving sessions, with the support of teachers in in pre-established schedules reserved for the students' attendance. The acquisition of knowledge is assessed in written tests (tests / exams) and in an oral presentation. The practical components necessary to achieve the learning objectives are developed in all forms of contact: in classes through analysis and discussion-type problems. The assessment of these skills is also performed in the written tests and oral tests.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

B. Korte, J. Vygen, Combinatorial Optimization: Theory and Algorithms, Springer, 2012.
L. Lovász and M.D. Plummer, Matching Theory, North-Holland Mathematics Studies, 1986.
A. Schrijver, Combinatorial Optimization: Polyhedra and Efficiency. Algorithms and Combinatorics, Springer, 2003.
A. Schrijver, A Course in Combinatorial Optimization, 2013 available from <http://homepages.cwi.nl/~lex/files/dict.pdf>
D.B. West, Introduction to Graph Theory, Prentice Hall, 2001.

Anexo II - Tópicos de Topologia e Geometria de Variedades

9.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Tópicos de Topologia e Geometria de Variedades

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Topics on the Topology and Geometry of Manifolds

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:

Semestral / Semester

9.4.1.4. Horas de trabalho:

252

9.4.1.5. Horas de contacto:

TP:56

9.4.1.6. ECTS:

9

9.4.1.7. Observações:

Optativa

9.4.1.7. Observations:

Optional

9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):

Gonçalo Tabuada – TP:56h

9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:

<sem resposta>

9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Esta será uma unidade curricular essencialmente formativa, permitindo depois não só desenvolver investigação nos domínios de Geometria e Topologia Diferencial, mas também (e principalmente) nas numerosas áreas que fazem uso desta teoria (Física Matemática, Topologia Quântica, Topologia Algébrica, Geometria Algébrica, equações diferenciais, etc).

Após finalizarem esta unidade curricular, os alunos devem ter obtido conhecimentos básicos de Topologia e de Geometria Diferencial, nomeadamente da noção de espaço tangente e cotangente a uma variedade, campo vectorial, forma diferencial, derivadas de Lie, derivadas exteriores, integração em variedades e teorema de Stokes, fibrados vectoriais, conexões e holonomia. Será enfatizado que os alunos saibam demonstrar os resultados principais, sabendo também fazer cálculos em exemplos concretos.

Dependendo dos conhecimentos prévios ou dos futuros projetos de doutoramento, alguns tópicos adicionais podem ser lecionados, ver programa.

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:

This unit will be essentially formative in areas of Differential Geometry and Differential Topology, permitting not only a student to develop research in these domains, but also (and mainly) in the several areas that make use of the theory (Mathematical Physics, Quantum Topology, Algebraic Topology, Algebraic Geometry, differential equations, etc.)

After completing this course the students will know the fundamentals of Differential Topology and Geometry, in particular, the notion of tangent and cotangent space to a manifold, vector field, differential form, Lie derivative, exterior derivative, integration on manifolds, Stokes' theorem, vector bundles, and connections and holonomy. It will

be emphasized not only that the students know how to prove the main results but also that they know how to calculate in specific examples.

Depending on the background and personal interests of the students, or of their PhD projects, some additional topics may be covered; see syllabus.

9.4.5. Conteúdos programáticos:

*1. Revisões de cálculo diferencial, álgebra multilinear e Topologia Geral.
2. Variedades diferenciais. Cartas locais. Funções diferenciáveis. Subvariedades. Teorema de Whitney.
3. Espaços tangente e cotangente. Campos vectoriais e tensoriais. Fluxo de um campo vectorial. Parêntesis de Lie. Formas diferenciais. Derivada de Lie. Derivada exterior. Teorema de Frobenius. Grupos de Lie.
4. Orientação. Integração de formas diferenciais. Teorema de Stokes.
5. Fibrados vectoriais. Conexões. Derivadas covariantes. Transporte paralelo. Geodésicas. Torção e curvatura. Variedades Riemannianas. Conexão de Levi-Civita.
6. Cohomologia de d'Rham. Invariância por homotopia. Grau de uma aplicação. Relação entre grau e integral. Índice de um campo vectorial. Característica de Euler.
7. Fibrados principais. Conexões e holonomia.
Os capítulos 6 e 7, podem ser dados em alternativa ou em parte. Os restantes podem ser em parte omitidos, dependendo dos conhecimentos dos alunos.*

9.4.5. Syllabus:

*1. Revision of differential calculus, multilinear algebra and general topology.
2. Differential manifolds. Local charts. Differentiable functions. Submanifolds. Whitney's theorem.
3. Tangent and cotangent space. Vector and tensor fields. Flux of a vector field. Lie bracket. Lie derivatives. Exterior derivatives. Frobenius theorem. Lie groups.
4. Orientation. Integration of differential forms. Stokes theorem.
5. Vector bundles. Connections on Manifolds. Covariant derivative. Parallel transport. Geodesics. Torsion and curvature. Riemannian manifolds. Levi-Civita connection.
6. D'Rham cohomology. Invariance under homotopy. Degree of a map. Relationship between degree and integral. Index of a vector field. Euler characteristic.
7. Principal fibre bundles. Connections and holonomy.
Sections 6 and 7 can be taught alternatively, or partially. Parts of the remaining sections can be omitted, depending on students' background.*

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

Os primeiros quatro capítulos (de factos gerais e fundamentais sobre variedades) dão o background necessário para que os alunos possam abordar temas mais avançados: Fibrados vectoriais e conexões em variedades, geometria riemanniana, fibrados principais, Co-homologia d'Rham e grau uma aplicação. Os tópicos a lecionar dessa lista ficarão sob decisão do responsável, tendo em conta os interesses e background dos alunos.

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

The first four chapters, on general fundamental facts on differential manifolds, will give the students the background they need to address more advanced topics: Vector bundles and connections on manifolds, Riemannian Geometry, principal fibre bundles, d'Rham Co-homology and degree of a map. The topics of this list that will be covered will be decided annually by the responsible teacher, taking into account the interests and background of the students

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

A unidade curricular funcionará com quatro horas semanais de aulas teórico-práticas. Haverá horários de atendimento. A aprendizagem autónoma dos alunos centrar-se-á na resolução de séries avançadas de exercícios, alguns contendo provas de resultados fundamentais.

Os alunos deverão entregar quinzenalmente séries de exercícios, propostas pelo docente. No final do semestre far-se-á a média ponderada das notas das séries de exercícios, que contará para a nota final com o peso de 75%. Da nota de cada série de exercícios fará parte a discussão de alguns destes. Cada aluno fará uma apresentação oral de cerca de 1 hora (por exemplo com uma demonstração completa de um teorema, explicação de uma secção de um livro ou artigo). A nota da apresentação contará para a nota final com o peso de 25 %.

Um aluno obtém frequência se tiver entregue todas as séries de exercícios propostas, exceto possivelmente uma.

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

The course will have 4 hours of theoretical-practical classes per week. Office hours will be offered. The autonomous learning by the students will be centered around solving advanced exercise sheets, some of which containing proofs of fundamental theorems.

The students must submit fortnightly series of exercises. The average of all grades will count towards the final mark of the course, with the weight of 75%. Of these grades, it will play a central part the discussion of some of the exercises.

Each student will make an oral presentation of 1 hour (with a complete proof of a theorem, explanation of section of a

book or paper) The grade of the presentation will count towards the final mark with the weight of 25%.

A student obtains frequency if he/she has submitted all the series of exercises proposed, except possibly for one.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

Havendo 4 horas semanais de aulas teórico-práticas, bem como horários de atendimento, haverá certamente horas de contacto suficientes para um aluno conseguir acompanhar a matéria da unidade curricular. As séries de exercícios serão o mais completas e avançadas possíveis, sendo a resolução destes a melhor maneira de os alunos progredirem na aprendizagem da unidade curricular. Dessa forma a avaliação será quase exclusivamente baseada na correção das séries de exercícios, embora pesada com a discussão destas.

Os alunos terão ainda oportunidade de demonstrarem e expandirem os seus conhecimentos por via de uma apresentação oral de uma hora.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

Since there are 4 hours of theoretical-practical classes per week, as well as office hours, there will certainly be enough contact hours for a student to keep up to the matter of the course.

The series of proposed exercises will be as complete and advanced as possible. Solving a great number of these is surely the best way for the students to progress in the course. Therefore the evaluation of the students will be almost entirely based on the marks of these problem sets, although weighted by their discussion in the classes.

The students will also have the opportunity to demonstrate and expand their knowledge in the subject through an oral presentation of about one hour.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

D. Barden, Ch. Thomas, An Introduction to Differential Manifolds, Imperial College Press, 2003.

B.A. Dubrovin, A.T. Fomenko, S.P. Novikov, Modern Geometry-Methods and Applications: Part II, the Geometry and Topology of Manifolds, Springer, 1985.

S. Lang, Fundamentals of differential geometry, Springer, 1999.

J.W. Milnor, Topology from the differentiable viewpoint. Princeton University Press, Princeton, NJ, 1997.

M. Perdigão de Carmo, Geometria Riemanniana, IMPA, 1988.

F.W. Warner, Foundations of differentiable manifolds and Lie groups, Springer, 1983.

Anexo II - Tópicos de Topologia Geral e Algébrica

9.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Tópicos de Topologia Geral e Algébrica

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Topics of General and Algebraic Topology

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:

Semestral / Semester

9.4.1.4. Horas de trabalho:

252

9.4.1.5. Horas de contacto:

TP:56

9.4.1.6. ECTS:

9

9.4.1.7. Observações:

Optativa

9.4.1.7. Observations:

Optional

9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):

Gonçalo Tabuada – TP:56h

9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:

<sem resposta>

9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

O objetivo desta unidade curricular é complementar, ou iniciar, o estudo da Topologia Geral e da Topologia Algébrica. Os objetivos finais dependem do conhecimento inicial dos alunos.

Objetivos mínimos:

1. Entender e saber demonstrar os resultados fundamentais sobre espaços topológicos, funções contínuas, compacidade, conexidade, axiomas de separação/numerabilidade e topologia quociente. Os teoremas de Tychonoff e da Extensão de Tietze serão abordados.

2. Entender a construção e propriedades básicas de alguns funtores da categoria dos espaços topológicos para outras categorias, definidas algebricamente, com o fim de resolver problemas de Topologia por meio de técnicas algébricas. O foco dependerá anualmente do interesse e back-ground dos alunos. Será enfatizado que os alunos saibam calcular exemplos concretos.

3. Saber usar técnicas algébricas para demonstrar teoremas clássicos (e.g. Teorema do Ponto Fixo de Brouwer, Teorema de Jordan e Invariância do Domínio.)

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:

The aim of this course is to initiate, or complement, the students knowledge in point-set and algebraic topology. The final objectives depend on the background of the students.

Minimal competences:

1. Understand and know how to prove the fundamental results about topological spaces, continuous functions, compactness, connectedness, separation/countability axioms and quotient topology. Tychonoff and Tietze Extension theorem will be addressed.

2. Understand the construction and basic properties of some functors from the category of topological spaces to other algebraically defined categories, in order to solve problems of topology through an algebraic framework. The particular focus will depend on the interests and background of the students. It will be emphasized that the students know how to calculate concrete examples.

3. Know how to use algebraic techniques in order to shown classical theorems (e.g. Brouwer fixed point theorem, Jordan theorem, Invariance of Domain).

9.4.5. Conteúdos programáticos:

Os tópicos a abordar (bem menos que os indicados) dependerão do background dos alunos. Deve-se ter em conta os objetivos mínimos de aprendizagem.

1. Espaços topológicos. Funções contínuas. Homeomorfismos. Propriedades topológicas. Conexidade.

2. Compacidade. Lema da sub-base. Produtos de espaços topológicos. Teorema de Tychonoff. Compacidade local.

3. Axiomas de numerabilidade e separação. Lema de Urysohn. Teorema da extensão de Tietze.

4. Topologia quociente.

5. Categorias e funtores.

6. Homotopia entre curvas. Grupo fundamental. Equivalência de homotopia. Espaços de recobrimento. Teorema de van-Kampen.

7. Complexos CW e simpliciais. Teoremas da Aproximação Simplicial e da Aproximação Celular. Classificação de espaços de revestimento e de superfícies.

8. Homologia. Homologia singular. Homologia simplicial. Excisão. Equivalência entre homologia simplicial e singular. Teorema de Hurewicz. Mayer-Vietoris.

9. Cohomologia, produtos. Variedades. Grupos de homotopia, fibrações.

9.4.5. Syllabus:

The topics to address (less than the ones indicated) will depend on the background and interests of the students. The learning objectives should however be taken into account.

1. Topological spaces. Continuous functions. Homeomorphisms. Topological properties. Connectedness.

2. Compactness. Subbasis lemma. Products of topological spaces. Tychonoff theorem. Local compactness.

3. Axioms of countability and separation. Urysohn's lemma. Tietze extension theorem.

4. Quotient topology.

5. Categories and functors.

6. Homotopy between curves. Fundamental group. Equivalence of Homotopy. Covering spaces. Van Kampen Theorem.

7. CW and simplicial complexes. Simplicial and cellular approximation theorem. Classification of covering spaces and surfaces.

8. *Homology. Singular homology. Simplicial homology. Equivalence between simplicial and singular homology. Hurewicz theorem. Mayer-Vietoris.*
9. *Cohomology. Products. Manifolds. Homotopy groups. Fibrations.*

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

O funcionamento da unidade curricular dependerá em larga medida do conhecimento prévio dos alunos. Para um conjunto de alunos com poucos conhecimentos prévios do assunto, cobrir-se-ão os fundamentos de topologia geral, de forma robusta e exaustiva, preparando também os alunos para uma iniciação à topologia algébrica. (Terminando no grupo fundamental, espaços de revestimento, e aplicações ao espaço euclidiano). Uma turma com conhecimentos sólidos de topologia geral passará quase automaticamente para a topologia algébrica, acabando idealmente na parte de produtos em cohomologia.

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

The topics covered will depend to a great extent on the previous knowledge of the students on the subject. For newcomers, the course will focus on a robust and exhaustive study of point-set topology, also preparing the students to learn the basics of algebraic topology. This should cover the fundamental group, covering spaces and applications to the euclidean space. A set of students with a solid knowledge of point-set topology will pass almost directly to algebraic topology, ideally ending in products in cohomology.

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

A unidade curricular funcionará com quatro horas semanais de aulas teórico-práticas. Haverá horários de atendimento. A aprendizagem autónoma dos alunos centrar-se-á na resolução de séries avançadas de exercícios, alguns contendo provas de resultados fundamentais.

Os alunos deverão entregar quinzenalmente séries de exercícios, propostas pelo docente. No final do semestre far-se-á a média ponderada das notas das séries de exercícios, que contará para a nota final com o peso de 75%. Da nota de cada série de exercícios fará parte a discussão de alguns destes. Cada aluno fará uma apresentação oral de cerca de 1 hora (por exemplo com uma demonstração completa de um teorema, explicação de uma secção de um livro ou artigo). A nota da apresentação contará para a nota final com o peso de 25 %.

Um aluno obtém frequência se tiver entregue todas as séries de exercícios propostas, exceto possivelmente uma.

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

The course will have 4 hours of theoretical-practical classes per week. Office hours will be offered. The autonomous learning by the students will be centered around solving advanced exercise sheets, some of which containing proofs of fundamental theorems.

The students must submit fortnightly series of exercises. The average of all grades will count towards the final mark of the course, with the weight of 75%. Of these grades, it will play a central part the discussion of some of the exercises.

Each student will make an oral presentation of 1 hour (with a complete proof of a theorem, explanation of section of a book or a paper). The grade of the presentation will count towards the final mark with the weight of 25%.

A student obtains frequency if he/she has submitted all the series of exercises proposed, except possibly for one.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

Havendo 4 horas semanais de aulas teórico-práticas, bem como horários de atendimento, haverá certamente horas de contacto suficientes para um aluno conseguir acompanhar a matéria da unidade curricular. As séries de exercícios serão o mais completas e avançadas possíveis, sendo a resolução destes a melhor maneira de os alunos progredirem na aprendizagem da unidade curricular. Dessa forma a avaliação será quase exclusivamente baseada na correção das séries de exercícios, embora pesada com a discussão destas.

Os alunos terão ainda oportunidade de demonstrarem e expandirem os seus conhecimentos por via de uma apresentação oral de uma hora.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

Since there are 4 hours of theoretical-practical classes per week, as well as office hours, there will certainly be enough contact hours for a student to keep up to the matter of the course.

The series of proposed exercises will be as complete and advanced as possible. Solving a great number of these is surely the best way for the students to progress in the course. Therefore the evaluation of the students will be almost entirely based on the marks of these problem sets, although weighted by their discussion in the classes.

The students will also have the opportunity to demonstrate and expand their knowledge in the subject through an oral presentation of about one hour.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

M.A. Armstrong, Basic topology, Springer, 1983.

T.W. Gamelin, R.E. Greene, Introduction to topology, Dover, 1999.

A. Hatcher, Algebraic topology, Cambridge University Press, Cambridge, 2002.

T. Monteiro Fernandes. Topologia algébrica e Teoria Elementar dos Feixes. Textos em Matemática, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

J.R. Munkres, Topology, Prentice Hall, 2000.

J.R. Munkres, Elements of algebraic topology, Addison-Wesley, 1984.

J.J. Rotman, Joseph J.: An introduction to algebraic topology, Springer, 1988.

Anexo II - Otimização Sem Derivadas

9.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Otimização Sem Derivadas

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Derivative-Free Optimization

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:

Semestral / Semester

9.4.1.4. Horas de trabalho:

252

9.4.1.5. Horas de contacto:

TP:56

9.4.1.6. ECTS:

9

9.4.1.7. Observações:

Optativa

9.4.1.7. Observations:

Optional

9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):

Ana Luísa da Graça Batista Custódio - TP:56h

9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:

<sem resposta>

9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

No final desta unidade curricular o estudante terá adquirido conhecimentos, aptidões e competências que lhe permitam:

- 1. Identificar um problema como pertencente à classe de problemas de otimização sem derivadas;*
- 2. Identificar o método de otimização sem derivadas mais adequado à resolução de um dado problema, estando consciente das suas vantagens e fragilidades numéricas;*
- 3. Compreender a estrutura algorítmica de diferentes métodos de otimização sem derivadas e quais as características necessárias à garantia da sua convergência.*

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:

At the end of this course the student will have acquired knowledge and skills that will enable him to:

- 1. Identify a problem as belonging to the derivative-free optimization problem class.*
- 2. Identify the derivative-free optimization method most adequate to the solution of a given problem, being aware of its advantages and the corresponding numerical limitations;*
- 3. Understand the algorithmic structure corresponding to different derivative-free optimization methods and which are the key features required for establishing the corresponding convergence.*

9.4.5. Conteúdos programáticos:

- 1. Porquê Otimização Sem Derivadas (OSD)?*
 - Exemplos de algumas aplicações*
 - Alternativas à OSD*

- *Limitações da OSD*

2. Métodos clássicos de OSD

- *O algoritmo do simplex de Nelder-Mead*
- *O algoritmo de Hooke and Jeeves*
- *Procura coordenada*

3. Procura Direta Direcional

- *Estrutura algorítmica*
- *Análise de convergência*
- *Implementações numéricas*

4. OSD baseada em Modelos

- *Modelos e erros*
- *Um enquadramento algorítmico baseado em regiões de confiança*
- *Análise de convergência*
- *Implementações numéricas*

5. Extensões da OSD

- *Otimização global*
- *Otimização multiobjectivo*

9.4.5. Syllabus:

1. Why Derivative-free Optimization (DFO)?

- *Examples of some applications*
- *Alternatives to DFO*
- *Limitations of DFO*

2. Classical DFO methods

- *Nelder-Mead simplex*
- *Hooke and Jeeves algorithm*
- *Coordinate search*

3. Directional Direct-Search

- *Algorithmic framework*
- *Convergence analysis*
- *Numerical implementations*

4. Model-based DFO

- *Models and error-bounds*
- *A trust-region algorithmic framework*
- *Convergence analysis*
- *Numerical implementations*

5. Extensions of DFO

- *Global optimization*
- *Multiobjective optimization*

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

Os tópicos abordados constituem um programa base em Otimização Sem Derivadas (OSD). Esta é uma área de extrema aplicabilidade em problemas de engenharia, onde é frequente recorrer a implementações computacionais comerciais, encaradas como caixas-negras, para avaliar a função a otimizar.

O conteúdo programático 1 permitirá ao aluno familiarizar-se com as características dos problemas pertencentes a esta classe de algoritmos, reconhecendo também as limitações e alternativas à mesma. O conteúdo programático 5 apresenta extensões da OSD a problemas de otimização global e multiobjectivo. Desta forma aborda-se os objetivos 1 e 2 da unidade curricular.

Os conteúdos programáticos 2, 3, 4 e 5 detalham a estrutura algorítmica de várias classes de métodos, analisam a sua convergência, apresentam algumas implementações numéricas destes algoritmos, apontando também as suas fragilidades. Cobrem-se assim os objetivos 2 e 3 da unidade curricular.

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

The topics covered are a basic syllabus in Derivative-free Optimization (DFO). This is a topic of extreme applicability in engineering problems, where it is current the use of commercial computational implementations, seen as black boxes, for evaluation of the function to be optimized.

Topic 1 of syllabus allows the student's familiarization with the characteristics of problems belonging to this algorithmic class, also identifying the corresponding limitations and alternatives available. Topic 5 of syllabus introduces extensions of DFO to global and multiobjective optimization. This way, objectives 1 and 2 of the curricular unit are approached.

Topics 2, 3, 4, and 5 of syllabus detail the algorithmic structure of several classes of methods, analyze the corresponding convergence, and introduce some numerical implementations of these algorithms, pointing out the corresponding fragilities. This way, objectives 2 and 3 of the curricular unit are covered.

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

O curso é lecionado em laboratório computacional, num regime de 4 horas semanais de aulas teórico-práticas, podendo também funcionar em regime tutorial.

A exposição dos conceitos teóricos será acompanhada de exemplos ilustrativos e apoiada quer por diapositivos, quer pela bibliografia adoptada. A componente prática/laboratorial confere à UC uma vertente aplicada, onde alguns dos algoritmos analisados serão implementados ou usados na resolução de problemas.

Eventuais dúvidas poderão ser esclarecidas no decurso das aulas ou em sessões individuais marcadas com o professor.

A aquisição de conhecimentos será avaliada de acordo com o Regulamento de Avaliação de Conhecimentos da FCT NOVA, incluindo pelo menos uma prova escrita, sem consulta e com duração máxima de 3 horas, e pelo menos um trabalho prático, correspondente a uma implementação computacional.

Caso a nota obtida na prova escrita não permita a obtenção de aprovação, o aluno poderá repetir a prova escrita na data de recurso.

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

The course is lectured in a computational laboratory, 4 hours per week of theoretical-practical classes, although it can also be lectured in tutorial mode.

The theoretical concepts are presented jointly with illustrative examples and supported by slides and the adopted bibliography. The practical/laboratorial component grants an applied feature to the CU, where some of the algorithms studied will be implemented or used in the resolution of problems.

Specific student difficulties will be addressed during classes or in individual sessions scheduled with the professor.

The knowledge acquisition will be evaluated according to the General Rules of Evaluation of Knowledge of FCT NOVA, including at least a written test, with no consult of bibliography and with a maximum duration of 3 hours, and a practical work, corresponding to a computational implementation.

If the grade obtained in the written test does not grant the approval, the student can repeat it in a second epoch of evaluation.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

A apresentação de conceitos e metodologias, apoiados com exemplos ilustrativos, pretende motivar os estudantes para a relevância dos tópicos estudados, desenvolvendo a sua capacidade de identificação de problemas e seleção da metodologia mais adequada para a respetiva resolução.

Os alunos terão oportunidade de testar estas capacidades nas aulas, com o apoio do professor, ou em estudo individual, comparecendo eventualmente a sessões de atendimento individual, em caso de dificuldades.

A avaliação da unidade curricular incide sobre a aquisição das competências referidas.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

In classes, concepts and methodologies are presented and illustrated with examples, motivating students for the relevance of the corresponding study, and developing student's ability for identifying problems and selecting the most adequate methodology for the corresponding resolution.

Additionally, classes will allow students to test these skills, under the supervision of a professor. Students can also test these skills by themselves, scheduling individual appointments with professors in case of difficulties.

The evaluation of the curricular unit focuses in the acquisition of the mentioned capabilities.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

*1. C. Audet, W. Hare, *Derivative-Free and Blackbox Optimization*, Springer, 2017*

*2. A.R. Conn, K. Scheinberg, L. N. Vicente, *Introduction to Derivative-Free Optimization*, SIAM, 2009.*

*3. A. L. Custódio and J. F. A. Madeira, *GLODS: Global and Local Optimization using Direct Search*, *Journal of Global Optimization*, 62 (2015), 1-28.*

*4. A. L. Custódio, J. F. A. Madeira, A. I. F. Vaz and L. N. Vicente, *Direct Multisearch for Multiobjective Optimization*, *SIAM Journal on Optimization*, 21 (2011), 1109-1140.*

*5. T. G. Kolda, R.M. Lewis, V. Torczon, *Optimization by direct search: new perspectives on some classical and modern methods*. *SIAM Review*, 45 (2003), 385–482.*

Anexo II - Algoritmos Estocásticos

9.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Algoritmos Estocásticos

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Stochastic Algorithms

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:*M***9.4.1.3. Duração:***Semestral / Semester***9.4.1.4. Horas de trabalho:***252***9.4.1.5. Horas de contacto:***TP:56***9.4.1.6. ECTS:***9***9.4.1.7. Observações:***<sem resposta>***9.4.1.7. Observations:***<no answer>***9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):***Manuel Leote Tavares Inglês Esquível - TP:28***9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:***Pedro José dos Santos Palhinhas Mota - TP:14**Paula Alexandra da Costa Amaral -TP:14***9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):***No final desta unidade curricular o estudante terá adquirido conhecimentos, aptidões e competências que lhe permitam:*

- *Compreender alguns dos conceitos mais relevantes subjacentes às modernas técnicas de construção de algoritmos aleatórios eficientes. Compreender os fundamentos probabilísticos dos algoritmos aleatórios que condicionam as respetivas propriedades de convergência.*
- *Ser capaz de utilizar as técnicas fundamentais de construção de algoritmos de procura e otimização estocásticas incluindo os fenómenos próprios à alta dimensionalidade: utilidade e oportunidade de paralelização de procedimentos independentes.*
- *Conhecer algumas das principais aplicações práticas dos conceitos fundamentais estudados.*

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:*At the end of this course unit the student will have acquired knowledge, skills and competences that allow him / her to:*

- *Understand some of the most relevant concepts behind modern techniques for building efficient random algorithms. Understand the probabilistic foundations of random algorithms that may condition their convergence properties.*
- *Be able to use the fundamental techniques of building stochastic search and optimization algorithms including the phenomena proper to high dimensionality: utility and opportunity for parallelization of independent procedures.*
- *Know some of the main practical applications of the fundamental concepts studied.*

9.4.5. Conteúdos programáticos:

- *Abordagem estocástica à otimização global*
- *Modelos de Iteração Aleatória*
- *Markov Chain Monte Carlo*
- *Método de entropia cruzada*

9.4.5. Syllabus:

- *Stochastic Approach to Global Optimization*
- *Random Iterative Models*
- *Markov Chain Monte Carlo*
- *Cross-Entropy Method*

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular*Os conteúdos programáticos procuram cobrir parte importante de ciência bem estabelecida, apesar de recente, seguindo autores consagrados internacionalmente referidos na bibliografia.*

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

The syllabus seeks to cover an important part of well-established science, although recent, following internationally renowned authors referred to in the bibliography.

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

O ensino é organizado em torno de palestras do professor sobre os principais tópicos do currículo. Os alunos devem dominar esses tópicos usando as referências bibliográficas fornecidas. Durante o horário de contacto, os alunos são solicitados a fazer apresentações sobre os tópicos selecionados no plano de estudos, incluindo algoritmos e implementações computacionais, que contarão para a avaliação. Os tópicos de estudo também são definidos na forma de exercícios e problemas que os alunos devem resolver e apresentar contando para a avaliação. Os alunos mais avançados poderão estudar e apresentar, em horário de contacto, assuntos decorrentes de artigos recentes de revistas.

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

Teaching is organized around professor lectures on key curriculum topics. Students should master these topics using the bibliographic references provided. During contact hours, students are required to make presentations on the topics selected in the syllabus, including algorithms and computational implementations, which will be taken into account towards the assessment grade. Study topics are also defined in the form of exercises and problems that students must solve and present, which will be taken into account towards the assessment grade. More advanced students will be invited to study and present, during contact hours, subjects arising from recent journal articles.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

Seguem-se as melhores práticas nacionais e internacionais, já validadas no decurso de funcionamento do programa desde 2009.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

The program and syllabus follows the best national and international practices, already validated during the program's operation since 2009.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- *Probability and Computing: Randomization and Probabilistic Techniques in Algorithms and Data Analysis* Michael Mitzenmacher, Eli Upfal, Cambridge University Press 2017.
- *Simulation and the Monte Carlo Method*, 3rd edition, Reuven Y. Rubinstein, Dirk P. Kroese, Wiley, 2017
- *Global Optimization: A Stochastic Approach*, Stefan Schäffler, Springer-Verlag New York, 2012
- *Stochastic Global Optimization*, Anatoly Zhigljavsky, Antanas Žilinskas, Springer US, 2008.
- *The Cross-Entropy Method: A Unified Approach to Combinatorial Optimization, Monte-Carlo Simulation and Machine Learning*, Reuven Y. Rubinstein, Dirk P. Kroese, Springer-Verlag New York, 2004
- *Introduction to stochastic search and optimization: estimation, simulation, and control*, James C. Spall, Wiley-Interscience, 2003
- *Random Iterative Models*, Marie Duflo, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1997

Anexo II - Estatística: Alta Dimensionalidade e Aplicações**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

Estatística: Alta Dimensionalidade e Aplicações

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Statistics: High Dimensionality and Application

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:

Semestral / Semester

9.4.1.4. Horas de trabalho:

252

9.4.1.5. Horas de contacto:

TP: 56

9.4.1.6. ECTS:

9

9.4.1.7. Observações:*<sem resposta>***9.4.1.7. Observations:***<no answer>***9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):***Carlos Manuel Agra Coelho - TP: 28***9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:***Regina Maria Baltazar Bispo: TP: 7**Vanda Marisa da Rosa Milheiro Lourenço: TP: 7**Filipe José Gonçalves Pereira Marques: TP: 7**Miguel dos Santos Fonseca: TP: 7***9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):***No final desta unidade curricular o estudante terá adquirido conhecimentos, aptidões e competências que lhe permitam:*

- *Compreender os conceitos mais importantes da Estatística e da Estatística Matemática; compreender os principais conceitos relativos aos fenómenos estatísticos no contexto da alta dimensionalidade.*
- *Ser capaz de utilizar as técnicas fundamentais Estatística, os algoritmos fundamentais e os critérios de adequação dos modelos estatísticos aos problemas concretos, bem como os fenómenos próprios à alta dimensionalidade: esparcidade e estruturação de dados*
- *Conhecer algumas das principais aplicações problemas concretos dos conceitos fundamentais estudados.*

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:*By the end of this course unit the student will have acquired knowledge, skills and competences that allow him / her to:*

- *Understand the most important concepts of Statistics and Mathematical Statistics; understand the main concepts related to statistical phenomena in the context of high dimensionality.*
- *To be able to use the fundamental statistics techniques, the fundamental algorithms and the criteria of suitability of the statistical models to the specific problems, as well as the phenomena proper to the high dimensionality: sparsity and particular data structures.*
- *To know some of the main applications concrete problems of the fundamental concepts studied.*

9.4.5. Conteúdos programáticos:

- *Inferência Estatística; revisões.*
- *Seleção de modelos.*
- *Agregação de estimadores, convexidade e seleção de estimadores*
- *Regressão multilinear*
- *Aplicações*

9.4.5. Syllabus:

- *Statistical inference; revision and updates.*
- *Model selection.*
- *Estimator aggregation, convexity and estimator selection*
- *Multilinear regression*
- *Applications*

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular*Os conteúdos programáticos procuram cobrir parte importante de ciência bem estabelecida, apesar de recente, seguindo autores consagrados internacionalmente referidos na bibliografia.***9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.***The syllabus seeks to cover an important part of well-established science, although recent, following internationally renowned authors referred to in the bibliography.***9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):***O ensino é organizado em torno de palestras pelos professores sobre os principais tópicos do currículo, eventualmente organizados em módulos temáticos. Os alunos devem dominar esses tópicos usando as referências bibliográficas fornecidas. Durante o horário de contacto, os alunos são solicitados a fazer apresentações sobre os tópicos selecionados no plano de estudos que contarão para a avaliação. Os tópicos de estudo também são definidos na forma de exercícios e problemas que os alunos devem resolver e apresentar contando para a avaliação. Os alunos mais avançados poderão estudar e apresentar, em horário de contacto, assuntos decorrentes de artigos recentes de revistas. Os algoritmos estudados poderão ser implementados, na forma de um projeto, na unidade curricular opcional dedicada à programação.*

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

Teaching is organized around lectures by professors on key curriculum topics, eventually organized into thematic modules. Students should master these topics using the bibliographic references provided. During the contact hours, students are asked to make presentations on the topics selected in the syllabus that will count towards the assessment. Study topics are also defined in the form of exercises and problems that students must solve and present which will be taken into account for assessment. More advanced students will be able to study and present, during contact hours, subjects arising from recent journal articles. The studied algorithms can be implemented as a project in the optional programming unit.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

Seguem-se as melhores práticas nacionais e internacionais, já validadas no decurso de funcionamento do programa desde 2009.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

The program follows the best national and international practices, already validated during the program's operation since 2009.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- *Introduction to High-Dimensional Statistics, Christophe Giraud, Monographs on Statistics and Applied Probability 139, CRC Press, Taylor & Francis Group 2015.*
- *Analysis of Multivariate and High-Dimensional Data, Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics, Inge Koch, Cambridge University Press, 2014.*
- *Multivariate Statistical Analysis: A High-Dimensional Approach, V. Serdobolskii, Springer Science+Business Media New York, 2000.*
- *Large Sample Covariance Matrices and High-Dimensional Data Analysis, Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics, Zhidong Bai, Jianfeng Yao, Shurong Zheng, Cambridge University Press, 2015.*
- *High-Dimensional Statistics: A Non-Asymptotic Viewpoint, Martin J. Wainwright, Cambridge University Press, 2019.*
- *Lectures in Mathematical Statistics, Yu. N. Lin'kov, Parts 1 and 2, AMS Translations of Mathematical Monographs, Volume 229, American Mathematical Society 2005.*

Anexo II - Estatística de Extremos**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

Estatística de Extremos

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Statistic of Extremes

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:

Semestral / Semester

9.4.1.4. Horas de trabalho:

252

9.4.1.5. Horas de contacto:

TP: 56

9.4.1.6. ECTS:

9

9.4.1.7. Observações:

<sem resposta>

9.4.1.7. Observations:

<no answer>

9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):

Frederico Almeida Gião Gonçalves Caeiro - T:28

9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:*Ayana Maria Xavier Furtado Mateus - T:14**Dora Susana Raposo Prata Gomes - T:14***9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):***No final desta unidade curricular o estudante terá adquirido conhecimentos, aptidões e competências que lhe permitam:*

- *Conhecer os problemas onde a estatística de valores extremos pode ser aplicada.*
- *Compreender os modelos matemáticos fundamentais e métodos estatísticos usados na análise de valores extremos.*
- *Ser capaz de estimar e prever acontecimentos extremos.*

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:*At the end of this course unit the student will have acquired knowledge, skills and competences that allow him / her to:*

- *Identify problems where extreme value statistics can be used.*
- *Know the fundamental mathematical models and statistical methods for extreme value analysis.*
- *Be able to estimate and predict extreme events*

9.4.5. Conteúdos programáticos:*1. Modelos Probabilísticos em Estatística de Extremos**1.1 Distribuição exata de estatísticas ordinais**1.2 Funções de estatísticas ordinais**1.3 Distribuição assintótica de estatísticas ordinais**1.4 Distribuição assintótica de combinações lineares de estatísticas ordinais**1.5 Distribuição dos excessos de um nível elevado**2. Análise Estatística de Valores Extremos**2.1 Relevância e áreas de aplicação**2.2 Inferência dos parâmetros dos modelos extremos**2.3 Seleção e validação do modelo**2.4 Modelo para os excessos de um nível elevado**2.5 Modelação de valores extremos de sequências não estacionárias**2.6 Modelação de valores extremos de sequências dependentes**2.7 Modelos com cauda do tipo Pareto**3. Extremos Multivariados**3.1 Introdução e noções básicas**3.2 Distribuição assintótica de extremos multivariados**3.3 Alguns modelos usados em extremos bivariados**3.4 Estimação paramétrica e não-paramétrica**3.5 Extremos em alta dimensionalidade***9.4.5. Syllabus:***1. Probabilistic Models in Extreme Statistics**1.1 Exact distribution of order statistics**1.2 Functions of Order Statistics**1.3 Asymptotic Distribution of Order Statistics**1.4 Asymptotic Distribution of Linear Combinations of Order Statistics**1.5 Distribution of excesses of a high level**2. Statistical Analysis of Extreme Values**2.1 Relevance and application areas**2.2 Inference of extreme models parameters**2.3 Model Selection and validation**2.4 Threshold models**2.5 Modeling extreme values of Non-Stationary Sequences**2.6 Modeling extreme values of Dependent Sequences**2.7 Pareto-type tail models**3. Multivariate Extremes**3.1 Introduction and Basics**3.2 Asymptotic Distribution of Multivariate Extremes**3.3 Some models used in bivariate extremes**3.4 Parametric and non-parametric estimation**3.5 Extremes in High Dimensionality***9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular***Os conteúdos programáticos cobrem os fundamentos da Teoria de Valores Extremos e uma parte importante da ciência estabelecida em Estatística de Extremos, seguindo autores consagrados internacionalmente referidos na bibliografia.*

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

The syllabus covers the foundations of Extreme Value Theory and an important part of well-established science, following internationally renowned authors referred to in the bibliography.

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Exposição e discussão dos tópicos do programa em palestra. Durante o horário de contacto, os alunos são solicitados a apresentar e discutir a solução de alguns problemas teóricos e exercícios. Nos problemas computacionais será usado o software R. A avaliação será feita através de dois trabalhos (60%) e de um teste (40%).

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

Presentation and discussion of the program topics in lectures. During contact hours, students are asked to present and discuss the solution of some theoretical problems and exercises. The R software will be used to solve computational problems. The evaluation will be done through two works (60%) and a test (40%).

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

Seguem-se as melhores práticas nacionais e internacionais, já validadas no decurso de funcionamento do programa desde 2009.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

The program follows the best national and international practices, already validated during the program's operation since 2009.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- Balkema, G. and Embrechts, P. (2007). *High Risk Scenarios and Extremes*. European Mathematical Society.
- Beirlant, J., Goegebeur, Y., Segers, J. e Teugels, J. (2004). *Statistics of Extremes: Theory and Applications*, Wiley Series in Probability and Statistics.
- Coles, S. G. (2001) *An introduction to the Statistical Modelling of Extreme Values*. Springer.
- Embrechts, P., Kluppelberg, C. e Mikosch, T. (1997). *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance*. Springer-Verlag, Berlin.
- Haan, L. de and Ferreira, A. (2006). *Extreme Value Theory: an Introduction*, Springer Series in Operations Research and Financial Engineering.
- Leadbetter, M.R., Lindgren, G. e Rootzen, H. (1983). *Extremes and Related Properties of Random Sequences and Series*. Springer-Verlag, Berlin.
- Reiss, R.-D. and Thomas, M. (2007). *Statistical Analysis of Extreme Values, with Application to Insurance, Finance, Hydrology and Other Fields*, 3rd edition, Birkhäuser Verlag.

Anexo II - Estatística de Processos Estocásticos Actuariais**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

Estatística de Processos Estocásticos Actuariais

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Estatística de Processos Estocásticos Actuariais

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:

Semestral / Semester

9.4.1.4. Horas de trabalho:

252

9.4.1.5. Horas de contacto:

TP: 56

9.4.1.6. ECTS:

9

9.4.1.7. Observações:

<sem resposta>

9.4.1.7. Observations:*<no answer>***9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):***Pedro José dos Santos Palhinhas Mota - TP:28***9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:***Manuel Leote Tavares Inglês Esquível - TP:28**Gracinda Rita Diogo Guerreiro - TP:28***9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):***No final desta unidade curricular o estudante terá adquirido conhecimentos, aptidões e competências que lhe permitam:*

- *Conhecer os modelos estatísticos usados nas matemáticas actuariais, na análise de ruína e risco e na matemática financeira.*
- *Ser capaz de escolher o modelo estatístico adequado aos diferentes problemas nas áreas da matemática atuarial e financeira.*
- *Ser capaz de desenvolver e aplicar as técnicas de inferência estatística adequada a cada um dos modelos estudados.*

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:*At the end of this course unit the student will have acquired knowledge, skills and competences that allow him / her to:*

- *Know the statistical models used in actuarial mathematics, in ruin and risk analysis and financial mathematics.*
- *Be able to choose the appropriate statistical model for different problems in the areas of actuarial and financial mathematics.*
- *Be able to develop and apply appropriate statistical inference techniques to each of the models studied.*

9.4.5. Conteúdos programáticos:*1. Teoria Estatística do Risco: O processo de contagem; O processo de contagem composto; Probabilidades de ruína. Estatística dos processos de tipo Poisson.**2. Estatística de Cadeias de Markov.**3. Estatística de processos estocásticos estacionários de segunda ordem. Estimação da média de processos fracamente estacionários; estimação da autocovariância, estimação da densidade espectral. Estatística dos processos ARMA.**4. Estatística das difusões: Inferência paramétrica para difusões a partir de trajectórias observadas em contínuo; Inferência paramétrica para difusões a partir dados amostrais discretos.**5. Quasi-verosimilhança: funções estimadoras; funções estimadoras martingalas; funções estimadoras simuladas para difusões com dados amostrais discretos; estimação de limiares.**6. Estatística de Processos Estocásticos Extremos.***9.4.5. Syllabus:***1. Statistical Theory of Risk: The Counting Process; The Compound Counting Process; Probability of Ruin. Statistics of Poisson type processes.**2. Markov Chain Statistics.**3. Statistics of second order stationary stochastic processes. Estimation of the mean of weakly stationary processes; auto-covariance estimation, spectral density estimation. Statistics of ARMA processes.**4. Statistics of Diffusion processes: Parametric Inference for Diffusions from continuous observed trajectories; Parametric Inference for Diffusions from discrete sample data.**5. Quasi-likelihood: estimation functions; martingale estimating function; simulated estimation functions for discrete sample data diffusions; estimation of thresholds.**6. Extreme Stochastic Processes Statistics.***9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular***Com o estudo dos processos de Poisson, cadeias de Markov, processos estacionários de segunda ordem, os processos de difusão e processos extremos, as questões fundamentais relativas aos modelos estatísticos utilizados em teoria da ruína, economia actuarial e matemática financeira, serão respondidas. Conhecer os estimadores adequados aos parâmetros dos diferentes modelos e ser capaz de escolher o modelo que melhor se ajusta aos dados completa os objectivos propostos.*

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

With the study of Poisson processes, Markov chains, second-order stationary processes, diffusion processes and extremal processes the fundamental questions about statistical models used in ruin theory, actuarial economics and financial mathematics will be answered. The study of the parameter estimators and how to choose the best model, completes the objectives.

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Aulas teórico-práticas onde, a par com a exposição dos conceitos e resultados fundamentais serão apresentados exemplos ilustrativos desses conceitos e resultados. De seguida são apresentados problemas e pretende-se que os alunos participem ativamente na sua resolução. A avaliação consiste na realização de trabalhos com relatório ou testes escritos de acordo com o regulamento de avaliação da instituição.

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

Lecture-lab classes, where together with the explanation of the main concepts and results illustrative examples are given. Next some problems are proposed to the students to be solved and the students are supposed to take part in their resolution. The evaluation consists on written working reports or written tests, in accordance with the institution evaluation rules.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

A componente prática desta unidade curricular justifica que as aulas sejam teórico-práticas o que permite uma maior proximidade temporal entre a exposição dos resultados e conceitos e a sua aplicação, quer na resolução escrita de problemas quer através da implementação de métodos e técnicas adequados às suas resoluções.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

The practical component of this course justifies the lecture-lab classes which will allow for a higher closeness in time between the exposition of the concepts and results and their application whether in the written resolution of the problems or in the implementation of the related methods and techniques.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- Yuliya Mishura, Georgiy Shevchenko, *Theory and Statistical Applications of Stochastic Processes*, Wiley-ISTE, 2018
- Denis Bosq, *Mathematical Statistics and Stochastic Processes*, Wiley-ISTE, 2012
- Denis Bosq, *Nonparametric Statistics for Stochastic Processes: Estimation and Prediction*, Lecture Notes in Statistics 110, Springer-Verlag New York, 1998
- Heyde, C. C. *Quasi-Likelihood and its Application*, Springer 1997
- Iacus, S.M., *Simulation and Inference for Stochastic Differential Equations (with R examples)*, Springer 2008
- Kaas, R., Goovaerts, M., Dhaene, J. & Denuit, M. (2008) *Modern Actuarial Risk Theory-using R (second edition)*, Springer
- Lipster, R. S. & Shiryayev A. N. (2001) *Statistics of Random Processes second edition, volume I and II*, Springer
- Prakasa Rao, B. L. S. (1999) *Statistical Inference for Diffusion Type Processes* Arnold, Hodder Headline Group
- Rolski, T. & Schmidli, H. & Schmidt, V. & Teugels, J. (1999) *Stochastic Processes for Insurance and Finance*, John Wiley & Sons

Anexo II - Matemática Financeira Computacional**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

Matemática Financeira Computacional

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Computational Financial Mathematics

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:

Semestral / Semester

9.4.1.4. Horas de trabalho:

252

9.4.1.5. Horas de contacto:

TP: 56

9.4.1.6. ECTS:

<sem resposta>

9.4.1.7. Observações:*<sem resposta>***9.4.1.7. Observations:***<no answer>***9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):***Manuel Leote Tavares Inglês Esquível - T:28***9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:***Pedro José dos Santos Palhinhas Mota - T:28**Maria Fernanda de Almeida Cipriano Salvador Marques - T:14**Nuno Filipe Marcelino Martins - T:14***9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):***No final desta unidade curricular o estudante terá adquirido conhecimentos, aptidões e competências que lhe permitam:*

- *Compreender alguns dos conceitos mais importantes da Matemática Financeira actual e dos seus modelos de mercado; compreender os principais conceitos relativos aos métodos e algoritmos para estimar, calcular e simular as quantidades relevantes em cada modelo.*
- *Ser capaz de utilizar as técnicas fundamentais de cálculo numérico relevantes para o estudo e aplicação de modelos de mercados, incluindo os fenómenos próprios à alta dimensionalidade: bases de dados de grandes dimensões e dados de alta frequência em contínuo.*
- *Conhecer algumas das principais aplicações práticas dos conceitos fundamentais estudados.*

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:*At the end of this course unit the student will have acquired knowledge, skills and competences that allow him / her to:*

- *Understand some of the most important concepts of current Financial Mathematics and its market models; understand the main concepts related to methods and algorithms to estimate, calculate and simulate the relevant quantities in each model.*
- *Be able to use the fundamental numerical calculation techniques relevant to the study and application of market models, including the phenomena inherent to high dimensionality: large dimension databases and continuous high frequency data.*
- *Know some of the main practical applications of the fundamental concepts studied.*

9.4.5. Conteúdos programáticos:

- *Matemática Financeira; revisões.*
- *Modelação em tempo discreto*
- *Modelação com equações às derivadas parciais.*
- *Modelação com simulação de Monte Carlo*
- *Estimação de sensibilidades*
- *Técnicas computacionais em Matemática Financeira: exemplos*

9.4.5. Syllabus:

- *Financial Mathematics; a review.*
- *Discrete time models*
- *Modeling with partial differential equations.*
- *Monte Carlo simulation modeling*
- *Estimation of sensitivities*
- *Computational techniques in financial mathematics: examples*

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular*Os conteúdos programáticos procuram cobrir parte importante de ciência bem estabelecida, apesar de recente, seguindo autores consagrados internacionalmente referidos na bibliografia.***9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.***The syllabus seeks to cover an important part of well-established science, although recent, following internationally renowned authors referred to in the bibliography.***9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):***O ensino é organizado em torno de palestras do professor sobre os principais tópicos do currículo. Os alunos devem dominar esses tópicos usando as referências bibliográficas fornecidas. Durante o horário de contacto, os alunos são solicitados a fazer apresentações sobre os tópicos selecionados no plano de estudos, incluindo algoritmos e implementações computacionais, que contarão para a avaliação. Os tópicos de estudo também são definidos na forma de exercícios e problemas que os alunos devem resolver e apresentar contando para a avaliação. Os alunos mais*

avançados poderão estudar e apresentar, em horário de contacto, assuntos decorrentes de artigos recentes de revistas.

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

Teaching is organized around professor lectures on key curriculum topics. Students should master these topics using the bibliographic references provided. During contact hours, students are required to make presentations on the topics selected in the syllabus, including algorithms and computational implementations, which will be taken into account towards the assessment grade. Study topics are also defined in the form of exercises and problems that students must solve and present, which will be taken into account towards the assessment grade. More advanced students will be invited to study and present, during contact hours, subjects arising from recent journal articles.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

Seguem-se as melhores práticas nacionais e internacionais, já validadas no decurso de funcionamento do programa desde 2009.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

The program and syllabus follows the best national and international practices, already validated during the program's operation since 2009.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- *Tools for Computational Finance, Rudiger U. Seydel, Fifth Edition, Springer-Verlag 2012.*
- *A Workout in Computational Finance, Michael Aichinger Andreas Binder, John Wiley & Sons Ltd, 2013.*
- *Derivatives Analytics with Python: Data Analysis, Models, Simulation, Calibration and Hedging, Yves Hilpisch, John Wiley & Sons Ltd 2015.*
- *Novel Methods in Computational Finance, Matthias Ehrhardt, Michael GuRnther ,E. Jan W. ter Maten,Editors, Springer International Publishing AG 2017. Editors, Springer 2017.*
- *Big Data and Machine Learning in Quantitative Investment, Tony Guida (editor), John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, West Sussex UK, 2019.*
- *Modern Computational Finance: AAD and Parallel Simulations, Antoine Savine, John Wiley & Sons, Inc., 2019.*
- *Essentials of Stochastic Finance: Facts, Models, Theory, 1st Edition, Albert N. Shiryaev, World Scientific Publishing Company 1999.*
- *Monte Carlo Methods in Financial Engineering, Paul Glasserman Springer, 2003.*

Anexo II - Tópicos Avançados de Estatística

9.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Tópicos Avançados de Estatística

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Advanced Topics in Statistics

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:

Semestral / Semester

9.4.1.4. Horas de trabalho:

252

9.4.1.5. Horas de contacto:

TP: 56

9.4.1.6. ECTS:

9

9.4.1.7. Observações:

<sem resposta>

9.4.1.7. Observations:

<no answer>

9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):

Isabel Cristina Maciel Natário - TP:28

9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:

Carlos Manuel Agra Coelho - TP: 14

Miguel dos Santos Fonseca (responsável e regente - TP: 14

9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

O paradigma bayesiano é uma alternativa relevante para modelação de problemas complexos, útil em formulações hierárquicas, potenciado pelo atual poder computacional. A estatística espacial analisa dados georeferenciados em que as localizações são elemento da modelação, melhor implementada no contexto bayesiano. A teoria da decisão desenvolve procedimentos de escolha de decisões ótimas que lidem com a incerteza, alargando os conceitos de inferência estatística clássico e bayesiano. O objetivo da disciplina de Tópicos Avançados em Estatística é dotar os alunos com o conhecimento mais atual destas áreas em desenvolvimento. No final da UC o estudante deve saber: os princípios de inferência bayesiana e aplicá-los (métodos exatos, numéricos ou de simulação); modelação hierárquica; métodos de estimação e previsão para os vários tipos de dados espaciais; escolher entre um conjunto de alternativas com consequências, uma ação de acordo com algum critério de optimalidade.

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:

Bayesian paradigm is a relevant alternative for modelling complex problems, useful for hierarchical formulations, potentiated by the current computational power. Spatial statistics analyses georeferenced data wherein locations are a modelling element, better implemented in a Bayesian context. Decision theory develops choosing procedures for optimal decisions that deal with uncertainty, broadening the concepts of classic and Bayesian inference. The objective of Advanced Topics in Statistics is to provide students with the most current knowledge of these areas in development. By the end of the CU students must know: the principles of Bayesian inference and apply them (exact, numeric and simulated methods); hierarchical modelling; estimation and predicting methods for the various types of spatial data; to choose from a set of alternatives with consequences an action according to some optimality criterium.

9.4.5. Conteúdos programáticos:

- *Estatística Bayesiana: Fundamentos. Distribuições a priori e a posteriori. Inferência Bayesiana. Computação Bayesiana – métodos de simulação e de aproximação; Modelação Bayesiana – modelos lineares generalizados, modelos hierárquicos, avaliação e comparação de modelos;*
- *Estatística Espacial: Geoestatística - modelo gaussiano estacionário e extensões, estimação paramétrica, kriging; funções covariância e variograma, famílias de funções covariância; Processos Pontuais - análise exploratória, empírica e modelação de padrões, hipótese de aleatoriedade espacial completa, estacionariedade e isotropia, processos pontuais e pontuais marcados, processo de Poisson homogéneo e não homogéneo, Processo de Cox; Modelos referentes a áreas: medidas de associação espacial, testes à independência espacial, alisamento, campos aleatórios Gaussianos de Markov, modelos auto-regressivos;*
- *Teoria da Decisão: Conceitos Básicos; utilidade e perda; teoria da decisão bayesiana; análise minimax; decisões sequenciais*

9.4.5. Syllabus:

- *Bayesian Statistics: Foundations. Prior and posterior distributions. Bayesian inference. Bayesian computation – simulation and approximation methods. Bayesian modelling - generalized linear models, hierarchical models, model evaluation and comparison.*
- *Spatial statistics: Geostatistics – stationary gaussian model and extensions, parametric estimation, kriging; covariance and variogram functions, families of covariance functions; Point processes – exploratory and empirical analyses and pattern modelling, complete spatial randomness hypothesis, stationarity and isotropy, point and marked point processes, homogeneous and non-homogeneous Poisson processes, Cox process; Areal models: spatial association measures, spatial independence tests, smoothing, Markov Gaussian random fields, auto-regressive models.*
- *Decision theory: basic concepts; utility and loss; Bayesian decision theory; minimax analysis; sequential decisions.*

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

Esta UC começa por introduzir inicialmente no seu conteúdo programático o paradigma bayesiano, explicitando a sua capacidade de incluir nas análises outra informação além dos dados, apresentando a sua abordagem coerente e metodologia de fazer inferência e selecionar modelos, cobrindo assim o objetivo de aplicar os princípios de inferência bayesiana e aplicá-los na modelação.

Depois o objetivo de modelação, estimação e previsão em dados espaciais é endereçado através do conteúdo programático seguinte em que se explicitam os fundamentos e metodologias principais de tratar estatisticamente com os três tipos diferentes de dados espaciais existentes.

Finalmente o último tópico do conteúdo programático fornece o conhecimento sobre os conceitos básicos essenciais à tomada de decisões baseadas na escolha das melhores ações de acordo com algum critério de optimalidade.

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

This CU begins by introducing initially in the syllabus the Bayesian paradigm, comparing it with the classical approach, explaining its capacity to include in the analyses information other than data, presenting its coherent approach to do inference and selecting models, thus covering the objective of explaining the principles that rule Bayesian inference, covering the objective of applying the principles of Bayesian inference and applying them in modelling.

Afterwards, the objective of modelling, estimating and predicting spatial data is addressed through the following syllabus item where it is explained the fundamentals and main methodologies to deal with the three different types of spatial data.

Finally the last syllabus topic provides the knowledge of the basic concepts essential to making decisions based on the choice of the best actions according to some optimality criterium.

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Aulas teórico-práticas onde a par da exposição dos conceitos e resultados fundamentais serão apresentados exemplos ilustrativos, pretendendo-se que os alunos participem ativamente na sua resolução. Deste modo os alunos adquirem as competências relativas não só à adequada implementação das metodologias ensinadas em cada situação concreta como também podem ainda contactar com diferentes softwares estatísticos que sejam relevantes.

A avaliação consiste na realização de um de três trabalhos com relatório, que podem ser apresentados e discutidos na sala de aula.

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

Lecture-lab classes are the adequate way to convey the course contents to students as, together with the explanation of the main concepts and results, illustrative examples are given, being students supposed to take active part in their resolution. Consequently, students acquire the basic expertise not only of the adequate implementation of the methodologies learned in each concrete situation but may also contact with different relevant statistic software. The evaluation consists on the resolution of three assignments with written reports, that may be presented and discussed by the students in classroom.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

Esta UC tem uma forte componente aplicada que justifica aulas teórico-práticas, o que permite uma maior proximidade temporal entre a exposição dos resultados e conceitos e a sua aplicação. A componente de avaliação em que os alunos resolvem problemas e os apresentam em aula permite que todos os alunos possam aprender e discutir as diferentes especificidades de cada problema e consolidar os fundamentos teóricos em que assenta a prática.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

This CU has a strong applied component that justifies the lecture-lab classes which will allow a smaller time gap between the exposition of the concepts and results and their application. The evaluation component in which students solve the problems and present them in class allows that all students may learn and discuss the different specificities of each problem and that they can consolidate the theoretical foundations where practical knowledge rests.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- Turkman MAA, Paulino CD, Müller P (2019). *Computational Bayesian Statistics, An Introduction*. Cambridge UP
- Bernardo JM, Smith AFM (1994). *Bayesian theory*. Wiley
- Gelman A, Carlin JB, Stern HB, Dunson DB, Vehtari A, Rubin DB (2013). *Bayesian Data Analysis, 3rd Edition*. CRC Press
- Paulino CD, Turkman MAA, Murteira B, Silva GL (2018). *Estatística Bayesiana*. Fundação Calouste Gulbenkian
- Blangiardo M, Cameletti M (2013). *Bayesian Spatio and Spatio-Temporal Models with R-INLA*. Wiley
- Carvalho ML, Natário I (2008). *Análise de Dados Espaciais*. INE
- Cressie N, Wikle CK (2011). *Statistics for Spatio-Temporal Data*. Wiley
- Gelfand AE, Diggle PJ, Fuentes M, Guttorp P, Eds (2010). *Handbook of Spatial Statistics*. CRC Press
- Berger J. (1985). *Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis*. Springer-Verlag
- DeGroot MH (2004). *Optimal Statistical Decisions - 2nd edition*. Wiley
- Pratt JW, Raiffa R, Schlaifer R (1995). *Introduction to Statistical Decision Theory*. MIT Press

Anexo II - Teoria das Distribuições

9.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Teoria das Distribuições

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Theory of Distributions

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:

Semestral / Semester

9.4.1.4. Horas de trabalho:

252

9.4.1.5. Horas de contacto:*TP: 56***9.4.1.6. ECTS:**

9

9.4.1.7. Observações:*<sem resposta>***9.4.1.7. Observations:***<no answer>***9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):***Carlos Manuel Agra Coelho - T: 36***9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:***Filipe José Marques - TP:20***9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

Proporcionar aos alunos uma introdução a algumas das mais importantes, bem como a algumas das mais elaboradas, distribuições utilizadas em Teoria das Distribuições, numa ótica de investigação, bem como a aprendizagem de técnicas utilizadas na dedução das distribuições exatas, assintóticas e quase-exatas de somas e produtos de variáveis aleatórias de vários tipos e de algumas estatísticas utilizadas em Análise Multivariada.

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:

Introduce the students to some of the more important and to some of the more elaborate distributions used in Distribution Theory, under a research view-point, as well as to introduce students to techniques used in the obtention of the exact, asymptotic and near-exact distributions of sums and products of random variables of different types and some statistics used in Multivariate Analysis

9.4.5. Conteúdos programáticos:

- 1.A função característica e sua importância na caracterização de distribuições*
- 2.Relações entre a expressão geral dos momentos da v.a. X e a expressão da função característica da v.a. $Y=-\log X$. A transformada de Mellin.*
- 3.Medidas de proximidade entre distribuições.*
- 4.Alguns tópicos de interesse em Teoria das Distribuições*
 - a.Misturas e sua importância*
 - b.A distribuição do produto de v.a.'s com distribuição Beta*
 - c.Distribuições de estatísticas de razão de verosimilhanças utilizadas em Análise Multivariada*
 - d.A distribuição do produto de v.a.'s Gama*
 - e.A distribuição do produto de v.a.'s com distribuição F*
- 5.A decomposição de uma hipótese complexa em hipóteses condicionalmente independentes*
 - a.A independência das estatísticas de razão de verosimilhanças associadas aos testes das hipóteses condicionalmente independentes. Utilidade desta decomposição*
 - b.Construção de distribuições quase-exatas para estatísticas de razão de verosimilhanças para testes de estruturas complexas de covariância.*

9.4.5. Syllabus:

- 1. The characteristic function and its importance in the characterization of distributions*
- 2. Relation between the general expression for the moments of the r.v. X and the expression for the characteristic function of the r.v. $Y=-\log X$. The Mellin transform.*
- 3. Measures of proximity between distributions.*
- 4. Some topics of interest in Distribution Theory*
 - a. Mixtures and their importance*
 - b. The distribution of the product of Beta r.v.'s*
 - c. Distributions of likelihood ratio statistics used in Multivariate Analysis*
 - d. The distribution of the product of Gamma r.v.'s*
 - e. The distribution of the product of F r.v.'s*
- 5. The decomposition of a complex hypothesis into independent conditional hypotheses*
 - a. The Independence of the likelihood ratio statistics associated with conditional independent hypotheses. Usefulness of this decomposition*
 - b. Development of near-exact distributions for likelihood ratio tests of elaborate covariance structures.*

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

Os conteúdos programáticos cobrem as principais distribuições e métodos mais recentes utilizados em Teoria das Distribuições, dando aos alunos um conhecimento abrangente das técnicas e métodos utilizados na área da Teoria

das Distribuições e sendo o estudo acompanhado por uma bibliografia de boa qualidade que permitirá aos alunos mais interessados um ainda maior aprofundamento dos tópicos lecionados

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

The programmatic content covers the main distributions and more recent methods used in Distribution Theory, giving the students a wide knowledge of the techniques and methods used in the area of Distribution Theory, being the study accompanied by a bibliography of good quality that will allow the more interested students to even deepen the topics introduced

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As aulas, mesmo as de carácter mais teórico serão sempre acompanhadas de exemplos e exercícios que permitam aos alunos uma melhor compreensão das matérias lecionadas, sendo também em cada aula propostos exercícios a serem resolvidos pelos alunos os quais também serão adequadamente delineados de modo a levarem os alunos a um aprofundamento dos resultados, técnicas e modelos introduzidos. Incentiva-se de facto a resolução colaborativa de alguns destes exercícios e problemas propostos, sendo a sua resolução parte da componente de avaliação da disciplina. Serão também propostos 2 ou 3 problemas de resolução mais elaborada, a qual deverá ser realizada essencialmente numa base individual e que contarão também para a avaliação da disciplina. A componente de avaliação contará ainda também com a realização de um teste e com a apresentação por parte de cada aluno de um dos trabalhos acima referidos.

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

All classes, even those of a more theoretical type will always be accompanied by examples and exercises that allow the students to get a better understanding of the subjects being taught, being also proposed in each class take home problems for the students to solve, which will also be delineated in such a way that may give the students a tool to deepen their understanding and knowledge of the techniques and models taught in class. Indeed it is incentivized the collaborative resolution of at least some of these problems, being anyway its resolution part of the evaluation of the course. Besides these problems, 2 or 3 other more elaborate problems will be proposed to students, which resolution should be done on a more individual basis and which will also be part of the evaluation component of the course. The evaluation component will also count with the realization of a test and the public presentation of the resolution of one of the more elaborate problems proposed.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

Os métodos de ensino pretendem não só fornecer aos alunos as bases necessárias para a compreensão dos tópicos lecionados como também desenvolver nos alunos o interesse e a necessidade pelo aprofundamento de alguns dos tópicos lecionados nas aulas pela consulta da bibliografia fornecida e ainda pela discussão dos próprios tópicos entre os alunos. Pretende-se assim criar um ambiente dinâmico que envolva os alunos e os leve a uma aprendizagem ativa que também lhes desperte o interesse e o prazer do contacto com matérias novas.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

The teaching methodology intends not only to give the students the necessary basis for a good comprehension of the topics being taught but only to develop in them the need and the curiosity for the deepening of at least some of the topics taught in class with the support of the bibliography made available and also with the help of the discussions among the students themselves. This way it is intended to create a dynamical learning environment where the students have an active participation that may give them the interest and the joy of learning new topics.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

1. Anderson, T. W. (2003). *An Introduction to Multivariate Statistical Analysis*, 3ª ed., J. Wiley & Sons, New York.
2. Muirhead, R.J. (1986). *Aspects of Multivariate Statistical Theory*, J. Wiley & Sons, New York.
3. Kshirsagar, A. M. (1972). *Multivariate Analysis*, Marcel Dekker, Inc., New York.
4. Loève, M. (1977). *Probability Theory*, Vol. I, II, 4ª ed., Springer-Verlag, New York.
5. Lukacs, E. e Laha, R. G. (1964). *Applications of Characteristic Functions*, Charles Griffin & Co. Ltd., London.
6. Coelho, C. A. (1998). *The Generalized Integer Gamma Distribution – a basis for distributions in Multivariate Statistics*. *J. Multivariate Anal.*, 64, 86-102.
7. Coelho, C. A. (2004). *The Generalized Near-Integer Gamma distribution - a basis for 'near-exact' approximations to the distributions of statistics which are the product of an odd number of particular independent Beta random variables*. *Journal of Multivariate Analysis*, 89, 2, 191-218.

Anexo II - Teoria da Probabilidade, Alta Dimensionalidade e Aplicações

9.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Teoria da Probabilidade, Alta Dimensionalidade e Aplicações

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Probability Theory: High Dimensionality and Applications

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:*Semestral / Semester***9.4.1.4. Horas de trabalho:**

252

9.4.1.5. Horas de contacto:*TP: 56***9.4.1.6. ECTS:**

9

9.4.1.7. Observações:

<sem resposta>

9.4.1.7. Observations:

<no answer>

9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):*Manuel Leote Tavares Inglês Esquível - T:28***9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:***Maria Fernanda de Almeida Cipriano Salvador Marques - TP: 14**Pedro José dos Santos Palhinhas Mota - TP: 14***9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):***No final desta unidade curricular o estudante terá adquirido conhecimentos, aptidões e competências que lhe permitam:*

- *Compreender os conceitos mais importantes da Teoria da Probabilidade segundo Kolmogorov e da teoria inicial dos processos estocásticos que decorre daquela; compreender os principais conceitos relativos aos fenómenos probabilísticos no contexto da alta dimensionalidade.*
- *Ser capaz de utilizar as técnicas fundamentais em teoria da probabilidade, processos estocásticos e dos fenómenos próprios à alta dimensionalidade: desigualdades de concentração e grandes desvios.*
- *Conhecer algumas das principais aplicações dos conceitos fundamentais estudados.*

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:*At the end of this course unit the student will have acquired knowledge, skills and competences that allow him / her to:*

- *Understand the most important concepts of probability theory according to Kolmogorov and the initial theory of stochastic processes that follows from it; understand the main concepts related to probabilistic phenomena in the context of high dimensionality.*
- *Be able to use the fundamental techniques in probability theory, stochastic processes and the phenomena proper to high dimensionality: concentration inequalities and large deviations.*
- *To know some of the main applications of the fundamental concepts studied.*

9.4.5. Conteúdos programáticos:

- *Teoria da Probabilidade; revisões.*
- *Concentração de Somas de Variáveis Aleatórias Independentes.*
- *Vectores Aleatórios e Matrizes de Alta Dimensionalidade*
- *Concentração de normas vectoriais. Matrizes de Covariância e Análise em Componentes*
- *Processos Estocásticos*
- *Grandes Desvios*

9.4.5. Syllabus:

- *Review of Probability Theory*
- *Concentration of Sums of Independent Random Variables.*
- *High Dimensional Random Vectors and Arrays*
- *Stochastic processes*
- *Large Deviations*

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular*Os conteúdos programáticos procuram cobrir parte importante de ciência bem estabelecida, apesar de recente, seguindo autores consagrados internacionalmente referidos na bibliografia.***9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**

The syllabus seeks to cover an important part of well-established science, although recent, following internationally renowned authors referred to in the bibliography.

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

O ensino é organizado em torno de palestras do professor sobre os principais tópicos do currículo. Os alunos devem dominar esses tópicos usando as referências bibliográficas fornecidas. Durante o horário de contacto, os alunos são solicitados a fazer apresentações sobre os tópicos selecionados no plano de estudos que contarão para a avaliação. Os tópicos de estudo também são definidos na forma de exercícios e problemas que os alunos devem resolver e apresentar contando para a avaliação. Os alunos mais avançados poderão estudar e apresentar, em horário de contacto, assuntos decorrentes de artigos recentes de revistas.

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

The teaching is organized around lectures by the professor on the main topics of the syllabus. The students must master these topics by using the bibliographic references provided. During contact hours students are asked to make presentations on topics selected from the syllabus; these presentations will define part of the course grade. Study topics are also defined in the form of exercises and problems that students should solve; a chosen set of the written solutions will define part of the course grade. More advanced students will be able to study and present, in contact hours, subjects arising from recent journal articles.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

Seguem-se as melhores práticas nacionais e internacionais, já validadas no decurso de funcionamento do programa desde 2009.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

The program and syllabus follows the best national and international practices, already validated during the program's operation since 2009.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- *High-Dimensional Probability: An Introduction with Applications in Data Science, Roman Vershynin, Cambridge University Press, 2018.*
- *High-Dimensional Statistics: A Non-Asymptotic Viewpoint, Martin J. Wainwright, Cambridge University Press, 2019.*
- *Upper and Lower Bounds for Stochastic Processes: Modern Methods and Classical Problems, Michel Talagrand, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2014.*
- *High Dimensional Probability VI The Banff Volume, Houdré, Christian, Mason, David M., Rosinski, Jan, Wellner, Jon A (eds.) Birkhauser 2013.*
- *High Dimensional Probability VII: The Cargèse Volume, Christian Houdré, David M. Mason, Patricia Reynaud-Bouret, Jan Rosiński (eds.) Birkhäuser Basel 2016.*
- *Foundations of Modern Probability, 2nd edition, Olav Kallenberg, Springer 2002.*
- *Some Random Series of Functions, Jean-Pierre Kahane, Cambridge University Press, 1994.*

Anexo II - Tópicos Selecionados de Análise Multivariada

9.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Tópicos Selecionados de Análise Multivariada

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Selected Topics of Multivariate Analysis

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

M

9.4.1.3. Duração:

Semestral / Semester

9.4.1.4. Horas de trabalho:

252

9.4.1.5. Horas de contacto:

TP: 56

9.4.1.6. ECTS:

9

9.4.1.7. Observações:

<sem resposta>

9.4.1.7. Observations:

<no answer>

9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):

Carlos Manuel agra Coelho - T:28

9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:

Regina Maria Baltazar Bispo - TP:14

Filipe José Pereira Marques - TP:7

Miguel dos Santos Fonseca - TP:7

9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Proporcionar aos alunos uma introdução a algumas das mais importantes técnicas inferenciais e modelos em Estatística Multivariada, através de abordagens geométricas e algébricas e, sobretudo, abordagens inferenciais de tais modelos. Os estudantes deverão adquirir:

- *uma visão global sobre generalizações multivariadas de testes e modelos univariados, através do estudo dos modelos de Análise Canónica ou Regressão Multivariada e Análise de Variância e Covariância Multivariadas;*
- *conhecimento das ferramentas inferenciais relacionadas com os testes de ajustamento e testes a parâmetros em tais modelos;*
- *conhecimento da estatística Lambda de Wilks e da sua distribuição, nomeadamente em situações de alta dimensionalidade em que p/n tende para 1;*
- *conhecimento de técnicas e modelos multivariados para alta dimensionalidade e grandes dados e técnicas de redução da dimensionalidade (ex: Análise Factorial e ACP);*
- *familiarização com softwares para implementar os testes e modelos apresentados.*

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:

Give the students an introduction to some of the most important inferential techniques and models used in Multivariate Analysis through the development of geometrical and algebraic and mostly inferential approaches to such models. The students are supposed to acquire:

- *a global understanding of multivariate generalizations of univariate tests and models, through the study of the Canonical Analysis or Multivariate Regression and Multivariate Variance and Covariance models;*
- *knowledge of the inferential techniques and tests of fit and tests to parameters in such models;*
- *knowledge of the Wilks Lambda statistic and its distribution, namely in situations of high dimensionality where p/n tends to 1;*
- *knowledge of techniques and models to be applied in high dimensionality and big data situations, as well as dimensionality reduction techniques (eg: Factorial Analysis and PCA);*
- *familiarization with softwares to implement the tests and models introduced.*

9.4.5. Conteúdos programáticos:

1. *As distribuições Normal Multivariada e de Wishart. Algumas propriedades*
2. *Estimadores de Máxima Verosimilhança dos parâmetros de uma distribuição Normal Multivariada e suas distribuições*
3. *A estatística T^2 de Hotelling. Aplicações: testes a vetores de valores esperados*
4. *A Análise Canónica Generalizada como Modelo Linear abrangente*
 - a. *A estatística Lambda de Wilks e as suas distribuições exata, assintótica e quase-exata e distribuição em casos em que p/n tende para 1*
 - b. *Outros modelos como casos particulares (Análise de Variância e Covariância Multivariada, Análise Discriminante)*
5. *Testes de igualdade de vetores de médias e para estruturas de matrizes de covariância em alta dimensionalidade*
6. *O teste de Dempster para $p > n$*
7. *Técnicas de redução da dimensionalidade. A Análise Fatorial e Análise em Componentes Principais.*

9.4.5. Syllabus:

1. *The Multivariate Normal and Wishart distributions. Some properties*
2. *Maximum Likelihood Estimators of the parameters of a Multivariate Normal distribution and their distributions*
3. *The Hotelling T^2 statistic. Applications: tests on vectors of expected values*
4. *The Generalized Canonical Analysis as an all-embracing multivariate linear model*
 - a. *The Wilks Lambda statistic and its exact, asymptotic and near-exact distributions and its distribution in cases where p/n tends to 1*
 - b. *Other models as particular cases (Multivariate Analysis of Variance and Covariance and Discriminant Analysis)*
5. *Tests for equality of mean vectors and tests for covariance structures for high dimensionality*
6. *The Dempster test for $p > n$*
7. *Dimensionality reduction techniques. The Factorial Analysis and Principal Components Analysis*

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

Os conteúdos programáticos cobrem os principais métodos e modelos utilizados em Análise Multivariada, não só os mais conhecidos e já bem estabelecidos como também técnicas e modelos recentemente desenvolvidos para casos de alta dimensionalidade e de grandes volumes de dados, dando aos alunos um conhecimento abrangente das

técnicas e modelos na área da Análise Multivariada e sendo o estudo acompanhado por uma bibliografia de muito boa qualidade que permitirá aos alunos mais interessados um ainda maior aprofundamento dos tópicos lecionados

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

The programmatic content covers the main methods and models used in Multivariate Analysis, not only some of the best known ones but also some newly developed ones for cases of high dimensionality and big data, giving the students a wide view over a wide range of methods and models available in Multivariate Analysis, being the study strengthened by a high quality bibliographical support which will allow the more interested students to even deepen the topics introduced

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As aulas, mesmo as de carácter mais teórico serão sempre acompanhadas de exemplos e exercícios que permitam aos alunos uma melhor compreensão das matérias lecionadas, sendo também em cada aula propostos exercícios a serem resolvidos pelos alunos os quais também serão adequadamente delineados de modo a levarem os alunos a um aprofundamento dos resultados, técnicas e modelos introduzidos. Incentiva-se de facto a resolução colaborativa de alguns destes exercícios e problemas propostos, sendo a sua resolução parte da componente de avaliação da disciplina. Serão também propostos 2 ou 3 problemas de resolução mais elaborada, a qual deverá ser realizada essencialmente numa base individual e que contarão também para a avaliação da disciplina. A componente de avaliação contará ainda também com a realização de um teste e com a apresentação por parte de cada aluno de um dos trabalhos acima referidos.

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

All classes, even those of a more theoretical type will always be accompanied by examples and exercises that allow the students to get a better understanding of the subjects being taught, being also proposed in each class take home problems for the students to solve, which will also be delineated in such a way that may give the students a tool to deepen their understanding and knowledge of the techniques and models taught in class. Indeed it is incentivized the collaborative resolution of at least some of these problems, being anyway its resolution part of the evaluation of the course. Besides these problems, 2 or 3 other more elaborate problems will be proposed to students, which resolution should be done on a more individual basis and which will also be part of the evaluation component of the course. The evaluation component will also count with the realization of a test and the public presentation of the resolution of one of the more elaborate problems proposed.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

Os métodos de ensino pretendem não só fornecer aos alunos as bases necessárias para a compreensão dos tópicos lecionados como também desenvolver nos alunos o interesse e a necessidade pelo aprofundamento de alguns dos tópicos lecionados nas aulas pela consulta da bibliografia fornecida e ainda pela discussão dos próprios tópicos entre os alunos. Pretende-se assim criar um ambiente dinâmico que envolva os alunos e os leve a uma aprendizagem ativa que também lhes desperte o interesse e o prazer do contacto com matérias novas.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

The teaching methodology intends not only to give the students the necessary basis for a good comprehension of the topics being taught but only to develop in them the need and the curiosity for the deepening of at least some of the topics taught in class with the support of the bibliography made available and also with the help of the discussions among the students themselves. This way it is intended to create a dynamical learning environment where the students have an active participation that may give them the interest and the joy of learning new topics.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

1. Anderson, T. W. (2003). *An Introduction to Multivariate Statistical Analysis*, 3rd ed. J. Wiley & Sons
2. Muirhead, R. J. (1982). *Aspects of Multivariate Statistical Theory*. J. Wiley & Sons
3. Marques, F.J., Coelho, C.A., Arnold, B.C. (2011). *A general near-exact distribution theory for the most common likelihood ratio test statistics used in Multivariate Analysis*, *TEST*, 20, 180-203
4. Srivastava, M.S. (2007). *Multivariate theory for analyzing high dimensional data*. *J. Jap. Stat. Soc.*, 37, 53-86
5. Niu, Z., Hu, J., Bai, Z., Gao, W. (2019). *On LR simultaneous test of high-dimensional mean vector and covariance matrix under non-normality*. *Stat. Prob. Lett.*, 145, 338-344.
6. Rauf, A.M. (2019). *Multiple comparisons of mean vectors with large dimension under general conditions*. *J. Stat. Comp. Simul.*, 89, 1044-1059
7. Zhong, P.-S., Lan, W., Song, P.X.K., Tsai, C.-L. (2017). *Tests for covariance structures with high-dimensional repeated measurements*. *Ann. Statist.* 45:3 1185--1213.

Anexo II - Tópicos Seleccionados de Teoria do Risco

9.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Tópicos Seleccionados de Teoria do Risco

9.4.1.1. Title of curricular unit:

Selected Topics in Risk Theory

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:*M***9.4.1.3. Duração:***Semestral / Semester***9.4.1.4. Horas de trabalho:***252***9.4.1.5. Horas de contacto:***TP: 56***9.4.1.6. ECTS:***9***9.4.1.7. Observações:***<sem resposta>***9.4.1.7. Observations:***<no answer>***9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):***Rui Manuel Rodrigues Cardoso - TP: 28***9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:***Pedro José dos Santos Palhinhas Mota - T:28***9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

Pretende-se que o aluno seja capaz de conhecer os vários modelos de risco associados à reserva de risco; calcular a probabilidade de ruína, quer em horizonte finito e infinito bem como em tempo discreto e contínuo, majorantes, minorantes e aproximações; calcular outras quantidades importantes na teoria da ruína como a função penalidade Gerber-Shiu em particular a severidade no momento da ruína; analisar o efeito de tratados de resseguro; analisar o efeito da inclusão de uma barreira superior ao processo de reserva, o processo de reserva quando há distribuição de dividendos e calcular o valor esperado dos dividendos distribuídos.

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:

It is intended that the student is able to know the various risk models associated with the risk reserve; calculate the probability of ruin, both in finite and infinite horizon as well as in discrete and continuous time, majorants, minorants and approximations; calculate other important quantities in the theory of ruin such as the Gerber-Shiu penalty function in particular the severity at the moment of ruin; analyze the effect of reinsurance treaties; analyze the effect of including a higher barrier to the reserve process, the reserve process when dividends are distributed and calculate the expected value of the dividends distributed.

9.4.5. Conteúdos programáticos:

- 1. Introdução à Teoria da Ruína: o modelo em tempo discreto, a probabilidade de ruína em horizonte finito e infinito, a desigualdade de Lundberg.*
- 2. Teoria da Ruína Clássica: o processo de clássico da reserva de risco, a probabilidade de ruína, o coeficiente de ajustamento, a desigualdade de Lundberg, cálculo aproximado da probabilidade de ruína.*
- 3. Tópicos avançados de Teoria da Ruína: o processo de risco Browniano; a severidade da ruína, máxima severidade na ruína, a reserva antes da ruína, o momento da ruína e a função penalidade Gerber-Shiu; algoritmos de cálculo recursivo da probabilidade de ruína; resseguro e ruína; o processo de reserva limitado superiormente e a distribuição de dividendos; o modelo dual de risco; o modelo de Sparre-Andersen.*

9.4.5. Syllabus:

- 1. Introduction to Ruin Theory: the discrete time model, the probability of finite and infinite horizon ruin, the Lundberg inequality.*
- 2. Classical Ruin Theory: the classical process of risk reserve, the probability of ruin, the adjustment coefficient, the Lundberg inequality, approximate calculation of the probability of ruin.*
- 3. Advanced Topics of Ruin Theory: the Brownian Risk Process; the severity of the ruin, maximum severity at the ruin, the reserve immediately before ruin, the moment of the ruin, and the Gerber-Shiu penalty function; recursive ruin probability calculation algorithms; reinsurance and ruin; the reserve process with an upper bound and the distribution of dividends; the dual risk model; the Sparre-Andersen model.*

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

Os conteúdos programáticos procuram cobrir parte importante de ciência bem estabelecida, apesar de recente, seguindo autores consagrados internacionalmente referidos na bibliografia.

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

The syllabus seeks to cover an important part of well-established science, although recent, following internationally renowned authors referred to in the bibliography.

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

O ensino é organizado em torno de palestras do professor sobre os principais tópicos do currículo. Os alunos devem dominar esses tópicos usando as referências bibliográficas fornecidas. Durante o horário de contacto, os alunos são solicitados a fazer apresentações sobre os tópicos selecionados no plano de estudos que contarão para a avaliação. Os tópicos de estudo também são definidos na forma de exercícios e problemas que os alunos devem resolver e apresentar contando para a avaliação. Os alunos mais avançados poderão estudar e apresentar, em horário de contacto, assuntos decorrentes de artigos recentes de revistas.

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

The teaching is organized around lectures by the professor on the main topics of the syllabus. The students must master these topics by using the bibliographic references provided. During contact hours students are asked to make presentations on topics selected from the syllabus; these presentations will define part of the course grade. Study topics are also defined in the form of exercises and problems that students should solve; a chosen set of the written solutions will define part of the course grade. More advanced students will be able to study and present, in contact hours, subjects arising from recent journal articles.

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

Seguem-se as melhores práticas nacionais e internacionais, já validadas no decurso de funcionamento do programa desde 2009.

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

The program follows the best national and international practices, already validated during the program's operation since 2009.

9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

1. Asmussen, S. and Albrecher, H. (2010) *Ruin Probabilities*, World Scientific.
2. Cardoso R. (2015) *Apontamentos da disciplina Atuariado Não Vida*, FCT/UNL.
3. Centeno, M. (2003) *Teoria do risco na actividade seguradora*, Celta Editora.
4. Dickson, D. C. M. (2016) *Insurance Risk and Ruin*, Cambridge University Press, Cambridge, 2nd Edition.
5. Kaas, R., Goovaerts, M., Dhaene, J. & Denuit, M. (2001) *Modern Actuarial Risk Theory*, Kluwer Academic Publishers.
6. Kyprianou, A. (2013) *Gerber-Shiu Risk Theory*, Springer.
7. Rolski, T., Schmidli, H., Schmidt, V. and Teugels, J. (1999) *Stochastic Processes for Insurance and Finance*, John Wiley & Sons.
8. Wilmot, G. and Woo, J-K. (2017) *Surplus Analysis of Sparre Andersen Insurance Risk Processes*, Springer.

9.5. Fichas curriculares de docente

Anexo III

9.5.1. Nome do docente (preencher o nome completo):

<sem resposta>

9.5.2. Ficha curricular de docente:

<sem resposta>